جزوه مدار مخابرات استاد گرام جناب آقای شیخ زاده

ECIT

مدارهای مخابراتی

مقدمه:

مرجع اصلی درس: مدارهای مخابراتی (تجزیه و تحلیل و طراحی)

COMMUNICATION CIRCUITS:
Analysis and Design

تألیف: Clarke - Hess

ترجمه: مهندس رضا گلپرور، روزبهانی

نحوه ارزیابی:

امتحان میان ترم ۷ نمره

امتحان پایان ترم ۱۰ نمره

تکالیف ۳ نمره (به شرط آنکه از ۱۷ نمره امتحانات حداقل ۸ نمره کسب شود).

سرفصل مطالب:

فصل اول - مدارهای کوپلاژ، مدارهای تشدید و عبور سیگنالها از فیلترهای باند باریک (فصول 2 و 3 کتاب)

فصل دوم - مدل غیرخطی ترانزیستور (رفتار ترانزیستور با سیگنال ورودی بزرگ) (فصول 4 و 5 کتاب)

فصل سوم - نوسان سازهای سینوسی (فصل 6 کتاب)

فصل چهارم - مخلوط کننده ها (بخشی از فصل 7 کتاب)

فصل پنجم - تقویت کننده های فرکانس بالا (بخشی دیگر از فصل 7 کتاب) (تقویت کننده های RF و IF)

فصل ششم - مدولاتورهای دامنه (AM) (فصل 8 کتاب)

فصل هفتم - آشکارسازهای دامنه (فصل 10 کتاب)

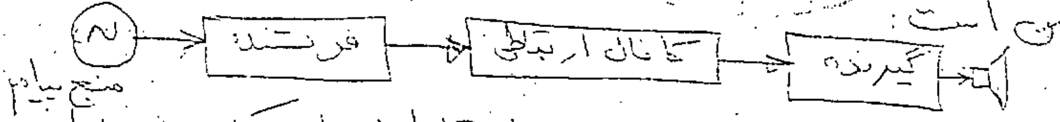
فصل هشتم - مدولاتورهای فرکانس (FM) (فصل 11 کتاب)

فصل نهم - آشکارسازهای FM (فصل 12 کتاب)

فصل دهم - تقویت کننده های قدرت و نمودار Smith (فصل 9 کتاب)

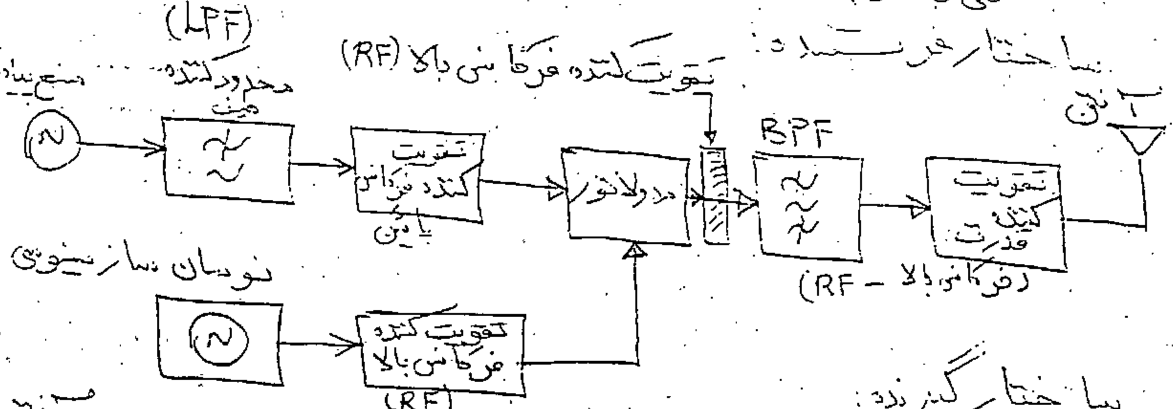
مدار (سیستم) مخابراتی چگونه به یکدیگر وصل می شوند؟

در پاسخ به این سوال باید گفت که ساختار کلی یک سیستم مخابراتی چنین است:

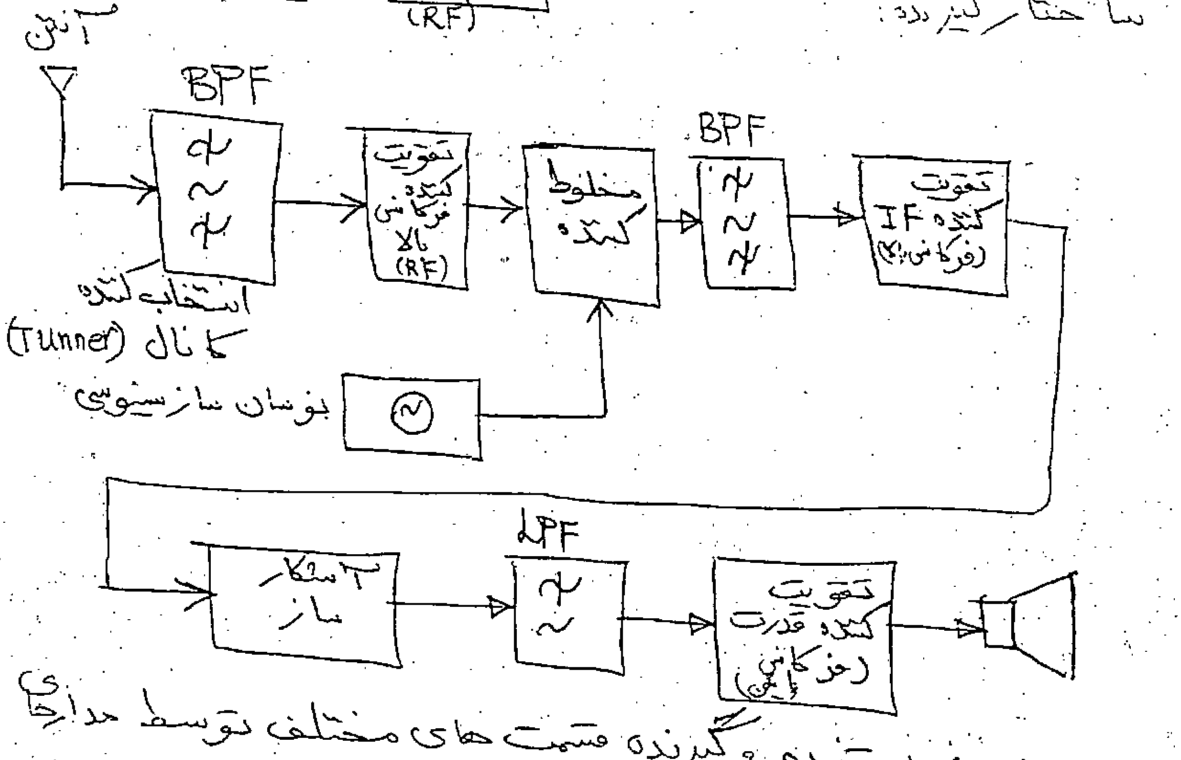


(در مخابرات بی سیم کانال ارتباطی امواج الکترومغناطیس می باشد)

ساختار فرستنده:



ساختار گیرنده:



* در فرستنده و گیرنده قسمت های مختلف توسط مدارهای کوپلاژ به هم وصل می شوند.

* دلایل استفاده از مدولاسیون: اگر نخواهیم از مدولاسیون استفاده کنیم

1 - منتشر کردن امواج فرکانس پایین بسیار مشکل بوده و نیازمند آنتن های بسیار طویل است.

2 - پیامهای منتشر شده از منابع گوناگون با هم تداخل می کنند.

3 - در گیرنده امکان انتخاب از بین می رود.

مدولاسیون یعنی انتقال طیف سیگنال باند پایه به فرکانس های بالا !!

2
ccir

تقسیم بندی باندهای فرکانسی:

متوسط MF : $500^{KHZ} \longrightarrow 3^{MHZ}$

HF : $3^{MHZ} \longrightarrow 30^{MHZ}$

VHF : $30^{MHZ} \longrightarrow 300^{MHZ}$

UHF : $300^{MHZ} \longrightarrow 1^{GHZ}$

Microwaves: $1^{GHZ} \longrightarrow 30^{GHZ}$

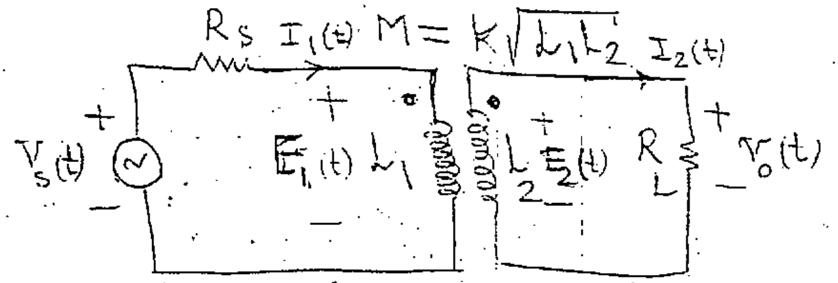
Millimeter waves: $30^{GH} \longrightarrow 300^{GHZ}$

sub-Millimeter waves: $300^{GHZ} \longrightarrow 3000^{GHZ}$

مادون قرمز : $3000^{GHZ} \longrightarrow 300\,000\ GHZ$

فصل اول – مدارهای کوپلاژ و مدارهای تشدید و عبور سیگنالها از فیلترهای باند باریک.

① ترانسفورماتور: ترانسفورماتور یکی از مهمترین ابزار کوپلاژ است که برای موارد ی همچون حذف مؤلفه dc ، ایجاد 180° اختلاف فاز و تطبیق امپدانس بکار می رود.

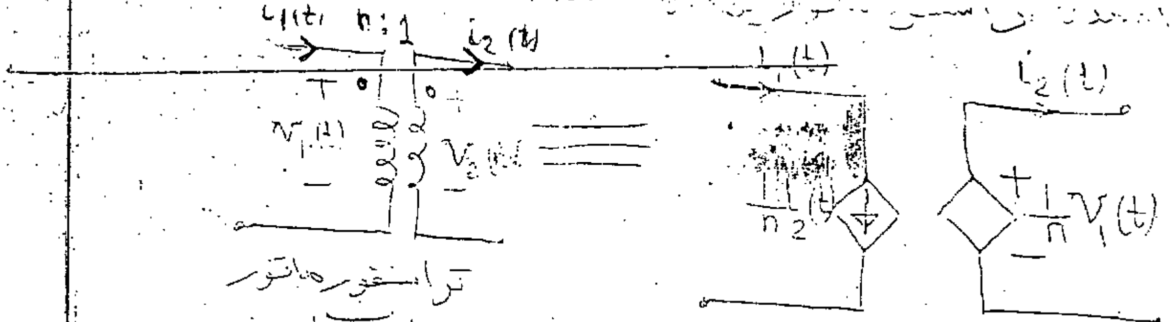


ضریب کوپلاژ $0<k<1$

هر ترانسفورماتور را می‌توان چنین مدل کرد:

ترانسفورماتور ایده‌آل $n = k\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

مدل ... ترانسفورماتور ...



ترانسفورماتور ایده‌آل

$$\frac{V_1(t)}{n} = \frac{V_2(t)}{1}$$

اثبات:

در مدار اصلی داریم

$$\begin{cases} E_1(t) = r_1 I_1(t) + L_1 \dfrac{dI_1}{dt} + M\left(-\dfrac{dI_2}{dt}\right) \\ E_2(t) = r_2(-I_2(t)) + L_2\left(-\dfrac{dI_2}{dt}\right) + M\dfrac{dI_1}{dt} \end{cases}$$

اکنون مدار معرفی شده به عنوان مدل را در نظر می‌گیریم برای این مدار داریم:

$$E_1(t) = r_1 I_1(t) + (1-k^2)L_1 \dot{I}_1(t) + k^2 L_1 \frac{d}{dt}\left(I_1(t) - \frac{1}{n} I_2(t)\right)$$

$$\Rightarrow E_1(t) = r_1 I_1(t) + (1 \cancel{-k^2} \cancel{+k^2}) L_1 \frac{d}{dt} I_1(t) - \frac{k^2 L_1}{n} \frac{d}{dt} I_2(t)$$

$$\Rightarrow E_1(t) = r_1 I_1(t) + L_1 \frac{d}{dt} I_1(t) - \frac{k^2 L_1}{k\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}} \frac{d}{d} I_2(t)$$

$$\Rightarrow \boxed{E_1(t) = r_1 I_1(t) + L_1 \frac{d}{dt} I_1(t) - M\frac{dI_2}{dt}}$$

همچنین داریم:

$$E_2(t) = \frac{1}{n} \times k^2 L_1 \frac{d}{dt}\left(I_1(t) - \frac{1}{n} I_2(t)\right) - r_2 I_2(t)$$

$$\Rightarrow E_2(t) = \frac{k^2 L_1}{k\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}} \frac{d}{dt} I_1(t) - \frac{k^2 L_1}{k^2 \frac{L_1}{L_2}} \frac{dI_2}{dt} - r_2 I_2(t)$$

$$\Rightarrow \boxed{E_2(t) = M\frac{dI_1}{dt} - L_2 \frac{dI_2}{dt} - r_2 I_2(t)}$$

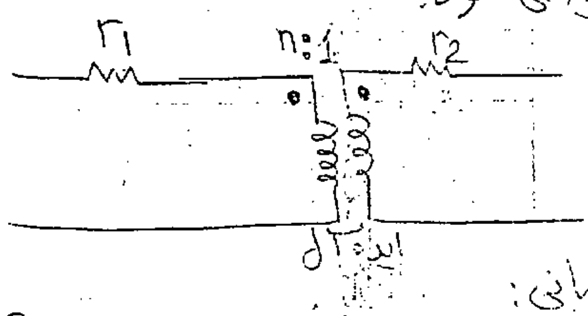
پس مدل صحیح است.

توضیح دیاگرام ترانسفورماتور و رسم مدل آن:

- اگر فرکانس بسیار پایین باشد سلف L_b اتصال کوتاه شده و داریم: $E_2(t)\simeq 0$

- اگر فرکانس بسیار بالا باشد سلف L_a مدار باز بوده و باز هم داریم: $E_2(t)\simeq 0$

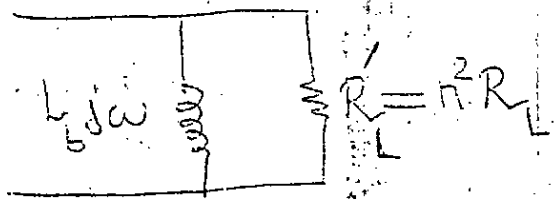
- اگر $k\simeq 1$ باشد یعنی $L_b >> L_a$ باشد محدوده‌ای از فرکانس‌ها وجود دارد که امپدانس $L_b\omega$ در مقایسه با امپدانسی که با آن موازی است بسیار بزرگ و امپدانس $L_a\omega$ در مقایسه با امپدانسی که با آن سری است بسیار کوچک است. پس در این محدوده فرکانسی که به آن باند میانی گوییم مدل ترانسفورماتور چنین می‌شود:



بدست آوردن باند میانی:

فرض کنیم ترانسفورماتور به بار R_L وصل است و $r_2 << R_L$:

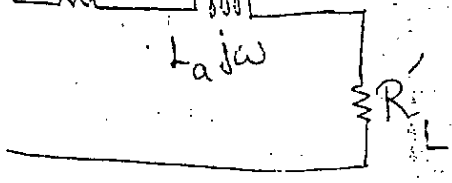
با انتقال R_L به طرف اولیه داریم:



در نظر می‌گیریم

$$L_b\omega >> 10 R'_L \Rightarrow \boxed{\omega >> \frac{10 R'_L}{L_b}}$$

$$\Rightarrow (L_b j\omega) \| R'_L \simeq R'_L$$



در نظر می‌گیریم:

$$R'_L >> 10\, L_a\omega \Rightarrow \boxed{\omega << \frac{R'_L}{10 L_a}}$$

[illegible]

$$\frac{10 R'_L}{L_b} < \omega < \frac{R'_L}{10 L_a}$$

شرط وجود باند میانی:

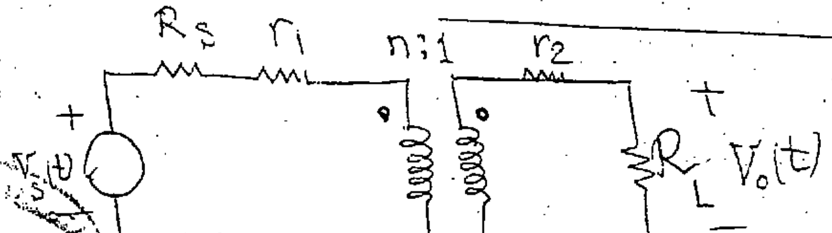
$$\frac{10 R'_L}{L_b} < \frac{R'_L}{10 L_a} \Rightarrow \boxed{\frac{L_b}{L_a} > 100}$$

$$\Rightarrow \frac{k^2 L_1}{(1-k^2) L_1} > 100 \Rightarrow k^2 > 100 - 100 k^2$$

$$\Rightarrow (100+1) k^2 > 100$$

$$\Rightarrow \boxed{k > \frac{10}{\sqrt{101}}}$$

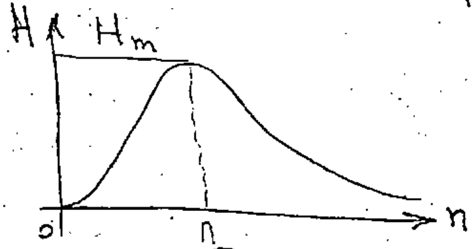
شرط انتقال حداکثر توان در باند میانی



فرض کنید r_1، r_2، R_s و R_L ثابت و n متغیر است.

$$H = \frac{V_o(t)}{V_s(t)} = \frac{n R_L}{r_1 + R_s + n^2 (r_2 + R_L)}$$

چون R_L ثابت است برای ماکزیمم کردن توان باید H را ماکزیمم کرد.

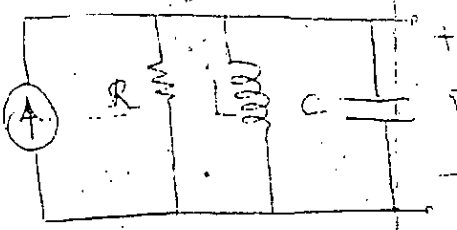


$$\frac{dH}{dn_m} = 0 \Rightarrow n_m = \sqrt{\frac{R_s + r_1}{R_L + r_2}}$$

$$\Rightarrow H_m = \frac{R_L}{2\sqrt{(R_s + r_1)(R_L + r_2)}}$$

$\frac{4}{cc1r}$

2 - مدار تشدید RLC موازی



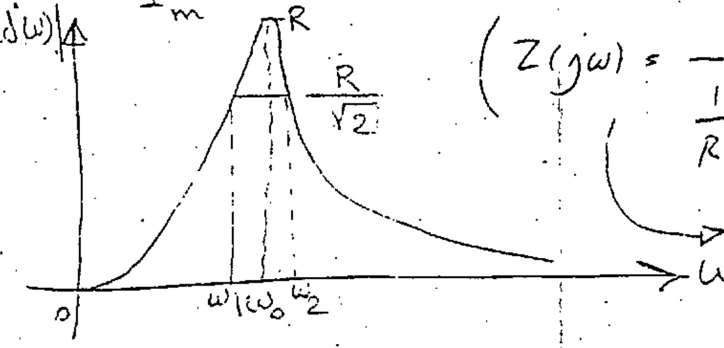
$i_s(t) = I_m \cos \omega t$ $V_0(t) = V_m \cos(\omega t + \phi)$

غلط

$$\frac{V_m}{I_m} = |Z(j\omega)| \quad \text{و} \quad Z(j\omega) = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)$$

$$\left(Z(j\omega) = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{jL\omega} + jC\omega} \right) = \frac{jRL\omega}{}$$

$$Z_{11}(j\omega) = \frac{R}{1 + jQ_T\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0}\right)}$$



$$S_{1,2} = \frac{-1}{2RC} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2RC}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

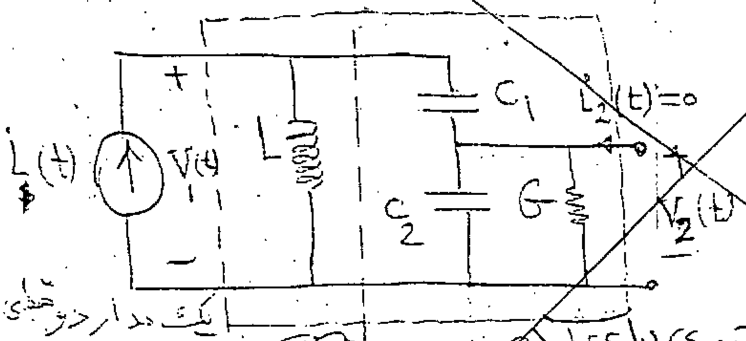
فرکانس تشدید $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$ و $\boxed{\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1}$ پهنای باند عبور

ضریب کیفیت RLC موازی $\boxed{Q_T = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = RC\omega_0}$ و $\boxed{\omega_1\omega_2 = \omega_0^2}$

ص (31 - 36)

3 - شبکه شبه ترانسفورماتوری تشدید موازی (Transformer like)

مدار زیر را که در مخابرات زیاد کاربرد دارد در نظر می‌گیریم:



یک مدار دو قطبی

کار کردن مستقیم با این مدار معمولا مشکل است و سعی می‌کنیم یک مدار معادل ترانسفورماتوری برای آن بدست آوریم (دقت کنیم که این مدار یک دو قطبی است)

ص (39 - 41)

$\Rightarrow Z(j\omega) = \frac{V}{I} = $ [illegible]

$\Rightarrow Y(j\omega) = $ [illegible]

$$\Rightarrow Y(j\omega)=\frac{(G c_1 j\omega - c_1 c_2\omega^2)\,(G - j(c_1+c_2)\omega)}{G^2+(c_1+c_2)^2\omega^2}$$

$$\Rightarrow Y(j\omega)=\frac{G^2 c_1 j\omega + G c_1(c_1+c_2)\omega^2 - G c_1 c_2\omega^2 + j c_1 c_2(c_1+c_2)\omega^3}{G^2+(c_1+c_2)^2\omega^2}$$

$$\Rightarrow Y(j\omega)=\frac{G\omega^2\left(c_1^2+c_1c_2-c_1c_2\right)+j\omega^3\left(c_1c_2(c_1+c_2)+\frac{G^2c_1}{\omega^2}\right)}{G^2+(c_1+c_2)^2\omega^2}$$

فرض می‌کنیم فرکانس سیگنال ورودی به گونه‌ای است که داریم:

$$\boxed{c_1c_2(c_1+c_2)\gg\frac{G^2c_1}{\omega^2}\quad و \quad (c_1+c_2)^2\omega^2\gg G^2}$$

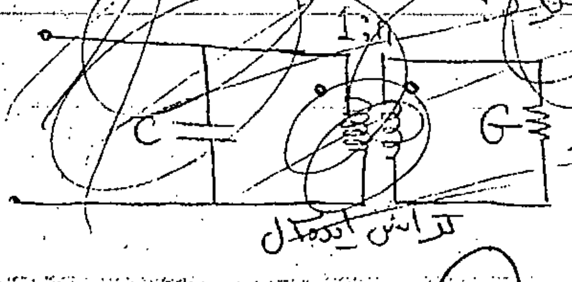
$$\omega^2\gg\frac{G^2}{(c_1+c_2)^2}\quad و \quad \omega^2\gg\frac{G^2}{c_2(c_1+c_2)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega^2\gg\frac{G^2}{c_2(c_1+c_2)}}\Leftrightarrow \omega^2\gg\frac{G^2}{c_2(c_1+c_2)}$$

$$\Rightarrow Y(j\omega)\simeq\frac{G c_1^2\omega^2+j\omega^3c_1c_2(c_1+c_2)}{(c_1+c_2)^2\omega^2}$$ این فرض را داریم.

$$\boxed{\Rightarrow Y(j\omega)=\left(\frac{c_1}{c_1+c_2}\right)^2G+j\left(\frac{c_1c_2}{c_1+c_2}\right)\omega}$$

$Y(j\omega)$ را می‌توان این چنین مدل کرد:

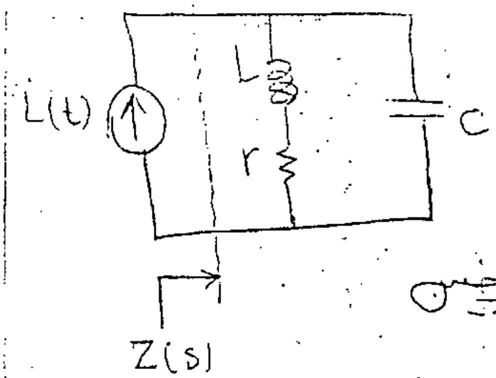


$$\boxed{C=\frac{c_1c_2}{c_1+c_2}}$$

$$\boxed{n=\frac{c_1}{c_1+c_2}}$$

مدار تک پل موازی با اتلاف سری

(این قسمت پس از مدار تک پل RLC موازی گفته شود)



مدار زیر را در نظر می‌گیریم:
و فرض می‌کنیم

$$\frac{r}{2L} < \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

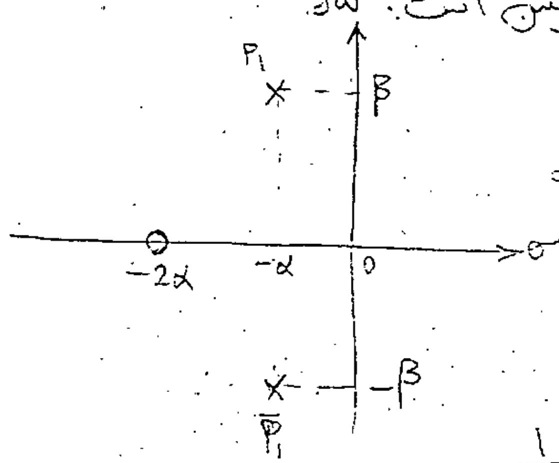
در این حالت امپدانس مدار ($Z(s)$) چنین خواهد بود:

$$Z(s) = \frac{\frac{1}{C}\left(s+\frac{r}{L}\right)}{(s-P_1)(s-\bar{P}_1)}$$

$$P_1 = -\alpha + j\beta \qquad \alpha = \frac{r}{2L}\ , \ \beta = \sqrt{\omega_0^2-\alpha^2}\ , \ \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
$$\bar{P}_1 = -\alpha - j\beta$$

یعنی قطب‌های $Z(s)$ مختلط خواهند بود.

نمودار صفر-قطب $Z(s)$ چنین است.



در مدار فوق ضریب کیفیت سلف چنین تعریف می‌شود:

$$Q_L \triangleq \frac{\omega_0}{2\alpha} = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{1}{\omega_0 r C}$$

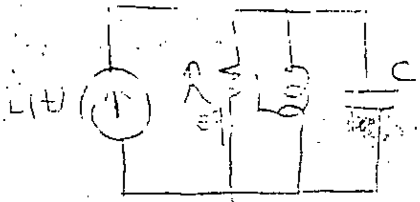
داریم:

$$Z(s) = \frac{\frac{1}{C}\left(s+\frac{r}{L}\right)}{s^2+2\alpha s+(\alpha^2+\beta^2)}$$

$$\Rightarrow Z(s) = \frac{\frac{1}{C}\left(s+\frac{r}{L}\right)}{s^2+\frac{r}{L}s+\frac{1}{LC}} \Rightarrow \boxed{Z(j\omega) = \frac{\frac{1}{C}\left(j\omega+\frac{r}{L}\right)}{(j\omega)^2+\frac{r}{L}(j\omega)+\frac{1}{LC}}}$$

سعی می‌کنیم یک مدار RLC (موازی) معادل با مدار فوق درست آوریم. مدار RLC موازی زیر را در نظر می‌گیریم:

با جایگزین مدار داریم:



$$Z'(s)=\frac{\frac{1}{C}s}{s^2+\frac{1}{R_{eq}C}s+\frac{1}{LC}}$$

$$\Rightarrow Z'(j\omega)=\frac{\frac{1}{C}(j\omega)}{(j\omega)^2+\frac{1}{R_{eq}C}(j\omega)+\frac{1}{LC}}$$

می خواهیم در اطراف فرکانس ω_0 (فرکانس تشدید) $Z(j\omega)$ با $Z'(j\omega)$ معادل شود. برای این منظور فرض می کنیم:

$$\boxed{\frac{\omega_0}{\frac{r}{L}}>10} \Longrightarrow j\omega_0+\frac{r}{L}\simeq j\omega_0$$

$$\Rightarrow Z(j\omega_0)\simeq\frac{\frac{1}{C}(j\omega_0)}{(j\omega_0)^2+\frac{r}{L}(j\omega_0)+\frac{1}{LC}}$$

$$\frac{\omega_0 L}{r}>10\Rightarrow\boxed{Q_L>10}$$

برای اینکه مخرج $Z(j\omega)$ و $Z'(j\omega)$ شبیه شود باید R_{eq} را چنین انتخاب کنیم:

$$\frac{1}{R_{eq}C}=\frac{r}{L}\Rightarrow R_{eq}=\frac{L}{rC}\Rightarrow\boxed{R_{eq}=Q_L^2\,r}\qquad \frac{L}{Cr^2}=\frac{LC\,\omega_0^2}{C^2r^2\omega_0^2}$$

$$LC=1/\omega_0^2$$

$$Q_L^2 r=\left(\frac{\omega_0L}{r}\right)^2r=\frac{1\times L^2}{\cancel{L}C\,r^2}\cancel{r}=\frac{L}{rC}$$

پس با فرض $10<Q_L$ برای مدار مورد نظر یک مدار معادل RLC موازی در اطراف فرکانس تشدید بدست آوردیم.

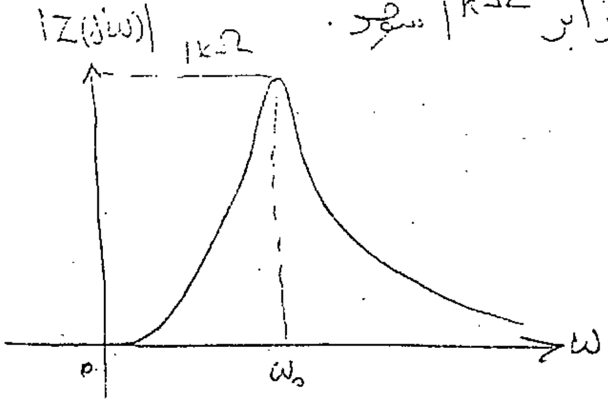
~~[illegible]~~

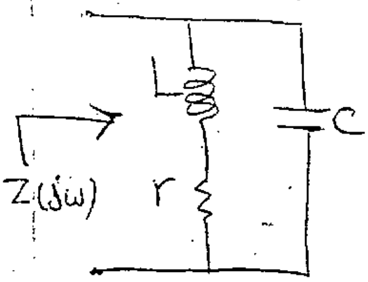
در این حالت ضریب کیفیت مدار معادل بدست آمده (RLC موازی) چنین است:

$$Q_T=R_{eq}C\omega_0=Q_L^2\,rC\omega_0=Q_L^2\times\frac{1}{Q_L}$$

$$\Rightarrow\boxed{Q_T=Q_L}$$

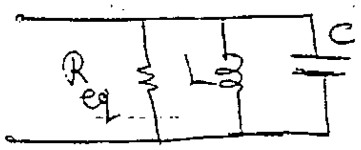
مثال: در مدار زیر مقادیر r و L و C را طوری محاسبه کنید که ماکزیمم $|Z(j\omega)|$ در فرکانس $\omega_0 = 10^7 \frac{rad}{s}$ با پهنای باند $5\times10^5 \frac{rad}{s}$ برابر $1k\Omega$ شود.





حل: $Q_L = \frac{\omega_0}{BW} = \frac{10^7}{5\times10^5} = 20 > 10$

پس می‌توان از مدار معادل RLC موازی استفاده کرد:



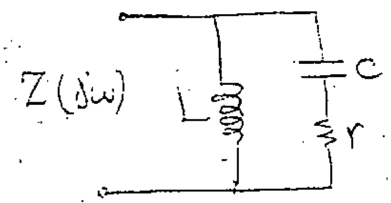
$$|Z(j\omega)|_{max} = R_{eq} = Q_L^2 r$$

$$\Rightarrow \boxed{r = \frac{1000}{400} = 2.5\ \Omega}$$

$$BW = 5\times10^5 \frac{rad}{s} \Rightarrow \boxed{L = 5\ \mu H} \quad C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = 2\ nF$$

$$BW = 2\alpha = \frac{r}{L}$$

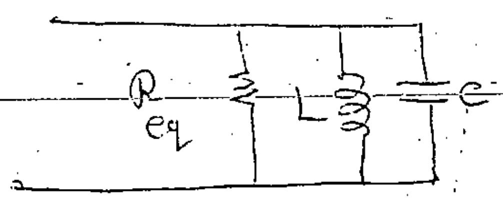
اکنون مدار زیر را در نظر می‌گیریم:



در این مدار ضریب کیفیت خازن چنین تعریف می‌شود:

$$Q_C = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{1}{\omega_0 r C} \quad , \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

اگر $Q_C > 10$ باشد می‌توان نشان داد که در اطراف فرکانس ω_0 مدار زیر تقریب بسیار خوبی برای مدار فوق است:

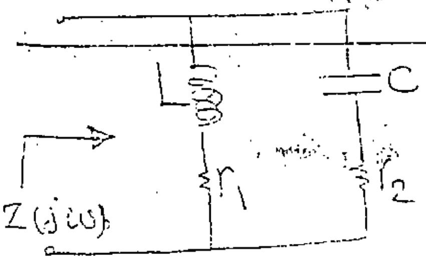


$$\boxed{R_{eq} = Q_C^2 r}$$

در این حالت:

$$Q_T = R_{eq} C\omega_0 = Q_C^2 r C\omega_0 = Q_C$$

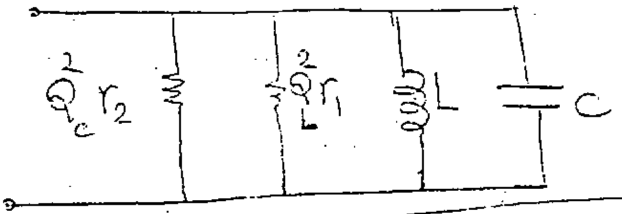
مدار تانک زیر را در [illegible] تعریف می‌کنیم



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q_L = \frac{\omega_0 L}{r_1} \quad , \quad Q_C = \frac{\omega_0 L}{r_2}$$

اگر $10 < Q_L$ و $10 < Q_C$ باشد مدار RLC موازی زیر در اطراف فرکانس ω_0 تقریب بسیار خوبی برای مدار فوق است:



$$Q_T = R_{eq} C \omega_0$$

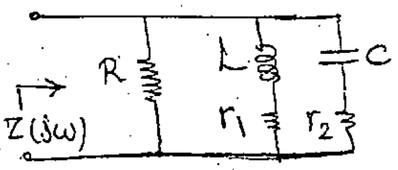
مثال: در مدار زیر فرکانس تشدید (ω_0)، پهنای باند، Q_T و $Z(j\omega_0)$ را محاسبه کنید.

$$R_{eq} = \frac{Q_L^2 r_1 \, Q_C^2 r_2}{Q_L^2 r_1 + Q_C^2 r_2} = \frac{\left(\frac{L^2\omega_0^2}{r_1^2} \times r_1\right)\left(\frac{L^2\omega_0^2}{r_2^2} r_2\right)}{L^2\omega_0^2\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)} = \frac{L^2\omega_0^2\left(\frac{1}{r_1 r_2}\right)}{\left(\frac{r_1+r_2}{r_1 r_2}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_{eq} = \frac{L^2\omega_0^2}{r_1+r_2}} \Rightarrow Q_T = \frac{L^2\omega_0^2}{(r_1+r_2)} C\omega_0 = \frac{L\omega_0}{r_1+r_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{Q_T} = \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C}}$$

و اما مثال:



$R = 2^{k\Omega}$

$L = 10^{\mu H}$

$r_1 = r_2 = 2.5 \, \Omega$

$C = 1^{nF}$

حل:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^7 \, \frac{rad}{sec} \Rightarrow Q_C = \frac{\omega_0 L}{r_2} = Q_L = \frac{\omega_0 L}{r_1} = 40 > 10$$

$$\Rightarrow R_{eq} = ۲^{k\Omega}$$

$$\Rightarrow R_T = R \| R_{eq} = 2^{k\Omega} \| 2^{k\Omega} = 1^{k\Omega} \Rightarrow Q_T = \frac{R_T}{L\omega_0} = 10 \Rightarrow BW = 10^6 \, \frac{rad}{s}$$

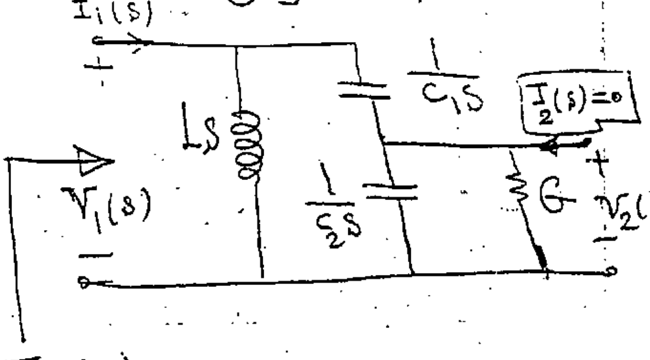
توجه: به‌خاطر وجود مقاومت R داریم:

$$\frac{1}{Q_T} \neq \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C}$$

$\frac{5}{CC_{12}}$

~~در این جا باید دقت کنیم که معمولاً فرکانس سیگنال ورودی همان فرکانس تشدید مدار است یعنی~~ $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$

امپدانس ورودی مدار در حوزه لاپلاس چنین است:



$$Z_{11}(s)=\frac{\frac{s}{C}\left(s+\frac{G}{C_1+C_2}\right)}{s^3+s^2\frac{G}{C_2}+s\frac{1}{LC}+\frac{G}{LC_1C_2}}$$

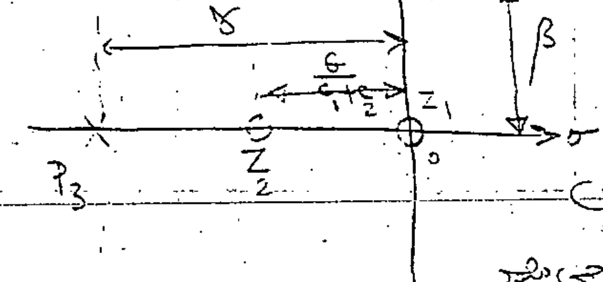
که در آن $C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}$

معمولاً مقاومت $\frac{1}{G}$ کوچک است بطوریکه هر سه قطب $Z_{11}(s)$ حقیقی نیستند. یعنی $Z_{11}(s)$ دارای یک قطب حقیقی و دو قطب مزدوج مختلط خواهد بود. پس داریم:

$$Z_{11}(s)=\frac{\frac{s}{C}\left(s+\frac{G}{C_1+C_2}\right)}{(s+\gamma)(s+\alpha-j\beta)(s+\alpha+j\beta)}$$

نمایش صفرها و قطب‌های $Z_{11}(s)$ در صفحه مختلط s:

$\frac{V_2}{V_1}=\frac{C_1}{C_1+C_2}=n$



$P_1^*=P_2$

اگر γ برابر $\frac{G}{C_1+C_2}$ شود آنگاه قطب P_3 با صفر Z_2 حذف می‌شود و رابطه $Z_{11}(s)$ به شکل امپدانس ورودی یک مدار RLC موازی می‌شود.

برای تعیین شرایط لازم برای حذف این صفر و قطب مخرج کسر $Z_{11}(s)$ را بصورت زیر می‌نویسیم:

$$(s+\gamma)(s+\alpha-j\beta)(s+\alpha+j\beta)$$
$$= s^3+(\gamma+2\alpha)s^2+(\alpha^2+\beta^2+2\alpha\gamma)s+(\alpha^2+\beta^2)\gamma$$

با مقایسه این رابطه با عبارت بدست آمده از مدار برای مخرج $Z_{11}(s)$ داریم:

$$\begin{cases} \gamma+2\alpha = \dfrac{G}{C_2} \\ \alpha^2+\beta^2+2\alpha\gamma = \dfrac{1}{LC} \triangleq \omega_0^2 \\ (\alpha^2+\beta^2)\gamma = \dfrac{G}{LC_1C_2} \end{cases}$$

پارامتر Ω را چنین تعریف می‌کنیم: $\Omega = \dfrac{\omega_0^2}{2\alpha\gamma}$

با این تعریف روابط سه‌گانه فوق به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\begin{cases} 2\alpha = \dfrac{n^2 G}{C}\left(\dfrac{1-\frac{1}{n\Omega}}{1-\frac{1}{\Omega}}\right) & (1) \\ \alpha^2+\beta^2 = \omega_0^2\left(1-\dfrac{1}{\Omega}\right) & (2) \\ \gamma = \dfrac{G}{c_1+c_2}\left(\dfrac{1}{1-\frac{1}{\Omega}}\right) & (3) \end{cases}$$

که در آن $n = \dfrac{c_1}{c_1+c_2} < 1$

از رابطه ③ مشخص است که هرگز مقدار γ دقیقاً برابر $\dfrac{G}{c_1+c_2}$ نیست. ولی اگر $\Omega > 100$ باشد تقریباً داریم:

$$1-\frac{1}{\Omega} \simeq 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2\alpha \simeq \dfrac{n^2 G}{c}\left(1-\dfrac{1}{n\Omega}\right) & (4) \\ \alpha^2+\beta^2 \simeq \omega_0^2 & (5) \\ \gamma \simeq \dfrac{G}{c_1+c_2} & (6) \end{cases}$$

$\frac{6}{cc:r}$

از روابط (1) و (3) داریم:

$$\Omega = \frac{\omega_0^2}{2\alpha\gamma} = \frac{\omega_0^2}{\frac{n^2G}{C}\left(\frac{1-\frac{1}{n\Omega}}{1-\frac{1}{\Omega}}\right)\frac{G}{C_1+C_2}\left(\frac{1}{1-\frac{1}{\Omega}}\right)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Omega = \left(\frac{\omega_0 C}{n^2 G}\right)\left(\frac{\omega_0(C_1+C_2)}{G}\right)\frac{\left(1-\frac{1}{\Omega}\right)^2}{\left(1-\frac{1}{n\Omega}\right)}}$$

تعریف می کنیم:

$$\begin{cases} Q_T' \triangleq \frac{\omega_0 C}{n^2 G} \\ Q_E \triangleq \frac{\omega_0 (C_1+C_2)}{G} \end{cases} \Rightarrow \Omega = Q_T' Q_E \frac{\left(1-\frac{1}{\Omega}\right)^2}{\left(1-\frac{1}{n\Omega}\right)}$$

Q_T' و Q_E را برحسب عناصر مدار داریم. پس براحتی قابل محاسبه هستند.

از این رابطه براحتی می توان نشان داد $\frac{d\Omega}{d(Q_T' Q_E)} > 0$ یعنی با بزرگ انتخاب کردن $Q_T' Q_E$ می توان مقدار Ω را به اندازه کافی بزرگ تعیین کرد طوری شرط $\Omega > 100$ برآورده شود. در این حالت داریم: (دانشجویان چرا؟)

$$\boxed{\Omega \simeq Q_T' Q_E + \frac{1}{n}} \quad (7)$$

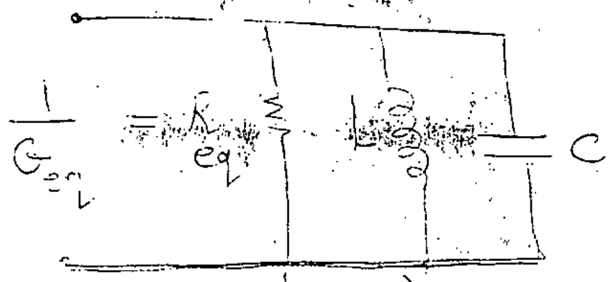
پس اگر $Q_T' Q_E$ بزرگتر از 100 انتخاب شود، Ω بزرگتر از 100 می شود و لذا خواهیم داشت: صفر و قطب حذف می شوند.

$$(4), (7) \Rightarrow 2\alpha = \frac{n^2 G}{C}\left(1 - \frac{1}{n Q_T' Q_E + 1}\right)$$

همچنین:

$$Z_{11}(s) \simeq \frac{\frac{1}{C}s}{s^2 + 2\alpha s + \alpha^2 + \beta^2} = \frac{\frac{1}{C}s}{s^2 + \frac{G_{eq}}{C}s + \frac{1}{LC}}$$

این امپدانس بدست آمده، امپدانس مدار RLC در ۲۰۱ زیر است:



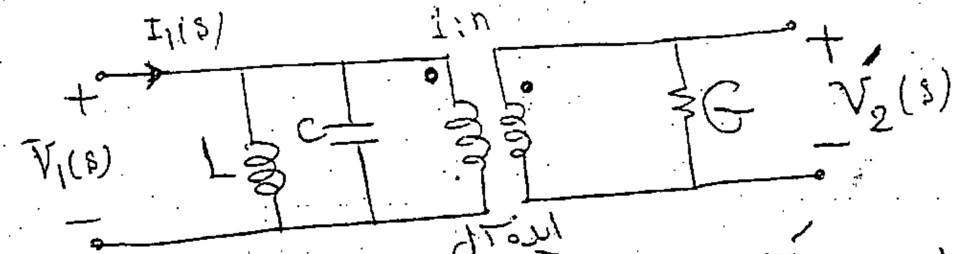
$$G_{eq} = n^2 G\left(1 - \frac{1}{nQ_T Q_E + 1}\right)$$

بعلاوه اگر

$100 < nQ_T Q_E$ باشد (حتماً $100 < Q_T Q_E$ نیز هست ، چونکه $n<1$) آنگاه داریم:

$$G_{eq} \simeq n^2 G$$

لذا مدار فوق چنین می شود:



آیا $V_2'(s)$ همان $V_2(s)$ است؟ برای پاسخگویی به این سوال می دانیم:

$$\begin{cases} V_1(s) = Z_{11}(s) I_1(s) + Z_{12}(s) I_2(s) \\ V_2(s) = Z_{21}(s) I_1(s) + Z_{22}(s) I_2(s) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_1(s) = Z_{11}(s) I_1(s) \\ V_2(s) = Z_{21}(s) I_1(s) \end{cases}$$

$$I_2(s) = 0$$

اجازه دهید برای مدار اصلی امپدانس $Z_{21}(s)$ را محاسبه کنیم:

$$Z_{21}(s) = \frac{V_2(s)}{I_1(s)} = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} \cdot \frac{V_1(s)}{I_1(s)} = Z_{11}(s) H_v(s)$$

که در آن:

$$H_v(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{c_1 s}{(c_1+c_2)\left(s + \frac{G}{c_1+c_2}\right)}$$

تحت چه شرایطی قطب $H_v(s)$ با صفر آن حذف می شود؟ یعنی نتیجه می گردد:

$$H_v(s) \simeq \frac{c_1}{c_1+c_2} = n$$

7 ccir

$$Z_{21}(s) = Z_{11}(s) H_v(s)$$

که در آن:

$$H_v(s) = \frac{c_1}{(c_1+c_2)}\left\{\frac{s}{s+\frac{G}{c_1+c_2}}\right\}$$

$$Z_{11}(s) = \frac{\frac{s}{c}\left(s+\frac{G}{c_1+c_2}\right)}{(s+\gamma)(s+\alpha-j\beta)(s+\alpha+j\beta)}$$

پس:

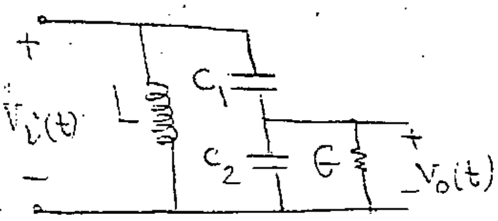
$$\Rightarrow \boxed{Z_{21}(s) = \frac{1}{c_2}\,\frac{s^2}{(s+\gamma)(s+\alpha-j\beta)(s+\alpha+j\beta)}}$$

در کتاب ثابت شده است که اگر علاوه بر شرط $100 < nQ'_T Q_E$ شرط $10 < Q_E$ نیز برقرار باشد آنگاه نتیجه می‌شود:

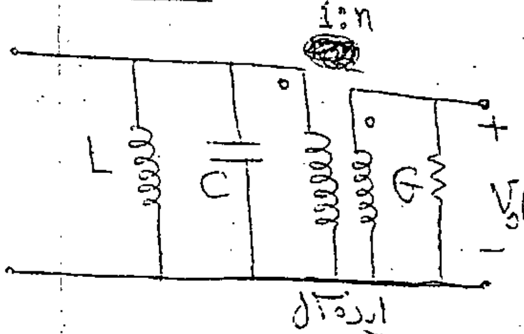
$$Z_{21}(s) \simeq \left(\frac{c_1}{c_1+c_2}\right) Z_{11}(s) = n Z_{11}(s)$$

برای مدار معادل ارائه شده نیز همین مقدار برای $Z_{21}(s)$ بدست می‌آید.

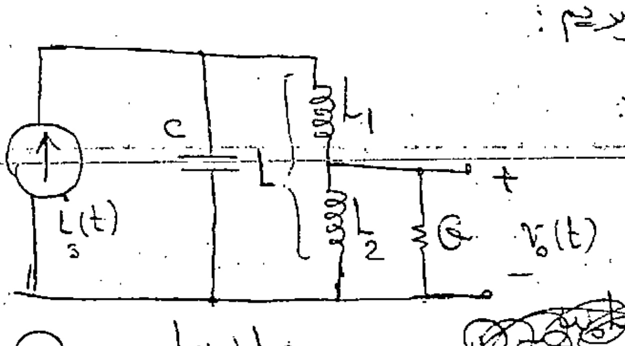
پس با فرض $100 < nQ'_T Q_E$ و $10 < Q_E$ داریم:



$$\equiv$$



اکنون مدار زیر را در نظر می‌گیریم:



برای این مدار تعریف می‌کنیم:

$$L = L_1 + L_2 \quad \text{و} \quad n = \frac{L_2}{L_1+L_2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$Q_E = \frac{L_1+L_2}{\omega_0 G L_1 L_2} \quad \text{و} \quad Q_{T'} = \frac{\omega_0 C}{n^2 G}$$

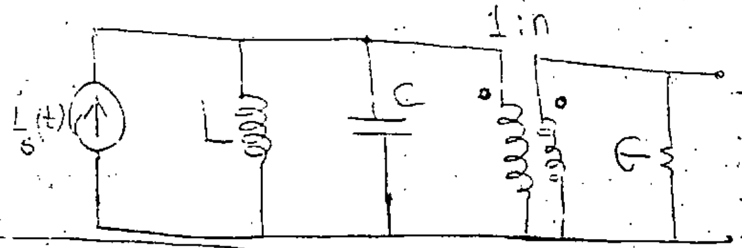
... جای روندی که برای مدار ... [illegible] ... در حالتی که

شرایط:

$nQ_T , Q_E > 100$ و $Q_E > 10$

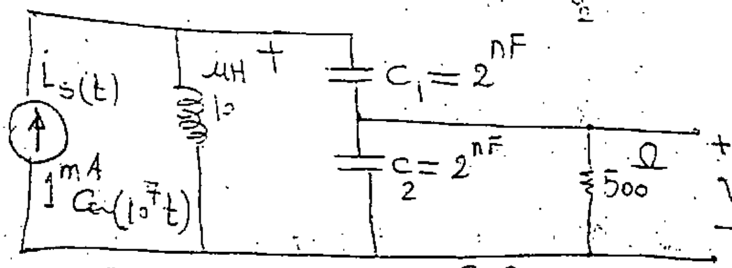
برقرار باشد آنگاه مدار ترانسفورماتوری زیر معادل مدار فوق است:

$\left(n = \frac{N_2}{N_1}\right)$



$$\begin{cases} L = L_1 + L_2 \\ n = \frac{L_2}{L_1 + L_2} \end{cases}$$

مثال: در مدار زیر $V_{o_1}(t)$ ، $V_{o_2}(t)$ و پهنای باند را بدست آورید.

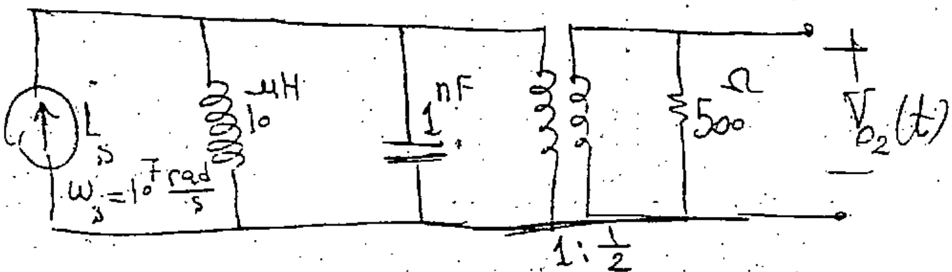


حل:

$n = \frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{1}{2}$ و $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4}{4} = 1^{nF}$

$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^7 \frac{rad}{s} \Rightarrow Q_E = 20$; $Q_T' = 20$ و $nQ_T', Q_E = 200$

چون که شروط $nQ_T , Q_E > 100$ و $Q_E > 10$ برقرار هستند پس می‌توان از مدار معادل ترانسفورماتوری استفاده کرد:



$\omega_s = \omega_o \Rightarrow$ سلف و خازن حذف می‌شوند $\Rightarrow Z_{11}(j\omega_o) = R_{eq} = \frac{500^{\Omega}}{n^2} = 2^{k\Omega}$

$Z_{12}(j\omega_o) = n Z_{11}(j\omega_o) = 1^{k\Omega}$

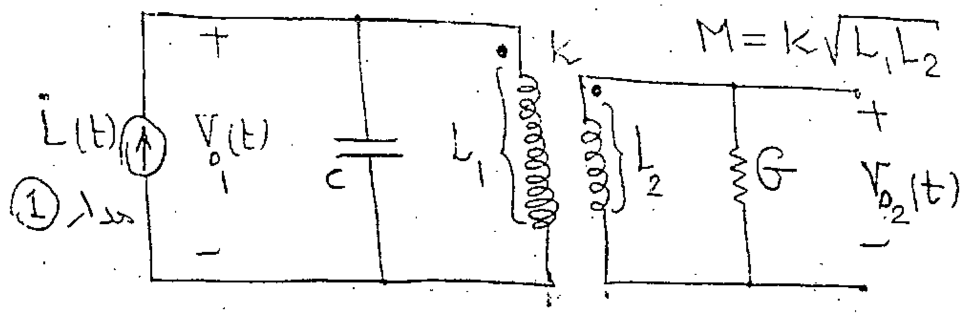
$V_{o_1}(t) = 2^{k\Omega} \times 1^{mA} \cos(10^7 t) = 2^V \cos(10^7 t)$

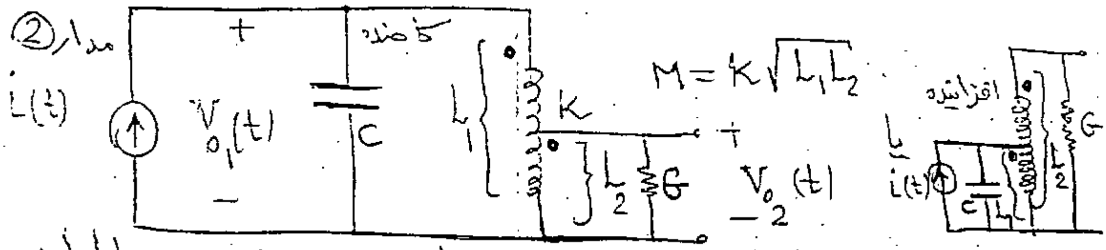
$V_{o_2}(t) = n V_{o_1}(t) = 1^V \cos(10^7 t)$

$BW = \frac{\omega_o}{Q_T}$, $Q_T = RC\omega_o = 20 \Rightarrow BW = 5 \times 10^5 \frac{rad}{s}$

ترانسفورماتورهای تشدید موازی

مدارهای زیر را در نظر بگیرید:

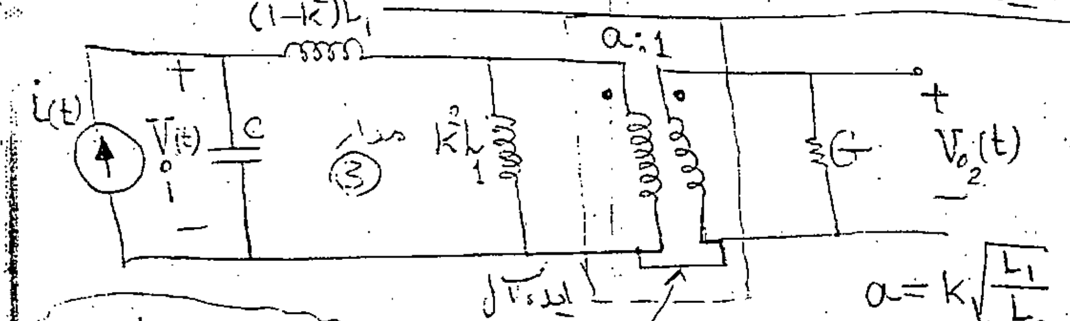




به این مدارها، مدارهای ترانسفورماتوری با اولیه تنظیم شده گویند و هرگاه بخواهیم یک مدار باند باریک (فیلتر میان گذر) را با مدار تطبیق امپدانس ترکیب کنیم از این مدارها استفاده می‌کنیم. یعنی هرکدام از این مدارها دو کار زیر را بطور همزمان انجام می‌دهند:

1 - تطبیق امپدانس
2 - انتخاب یک سیگنال با فرکانس خاص (فیلترینگ)

مدار زیر مدل مناسبی برای هر دو مدار می‌باشد:



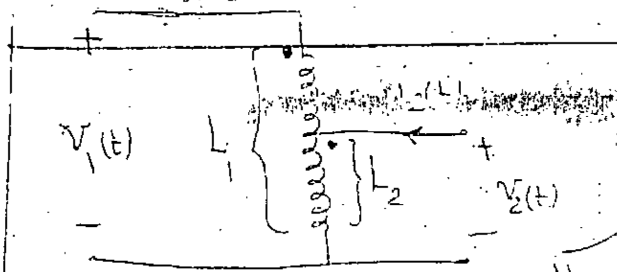
$a = K\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

این اتصال برای اتوترانسفورماتور وجود دارد

چونکه:

در ابتدای این فصل نشان دادیم که ترانسفورماتور معمولی را می‌توان با مدار فوق مدل کرد. اکنون نشان می‌دهیم مدار فوق مدل درستی برای اتوترانسفورماتور نیز می‌باشد.

برای اثبات آن داریم:

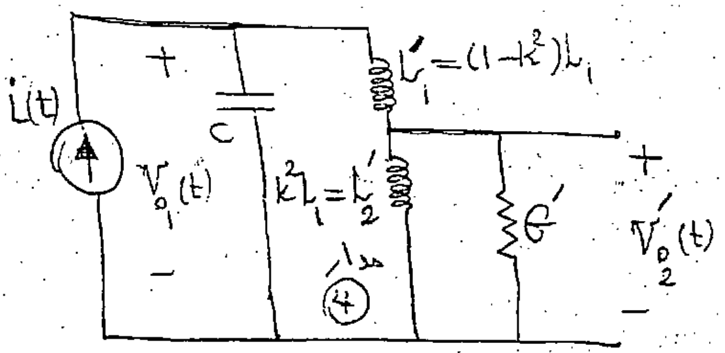


$$\begin{cases} v_1(t) = L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} \\ v_2(t) = L_2 \dfrac{di_2}{dt} + M \dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$

$M = k\sqrt{L_1 L_2}$

مشاهده می شود عین روابط حاکم بر ترانس معمولی است. پس مدل صحیح است.

اکنون مدار (3) را به صورت زیر رسم می کنیم:



$G' = \frac{1}{a^2} G$

$v_2'(t) = a v_2(t)$

ما قبلاً مدار (4) را داشتیم و دیدیم با شرط:

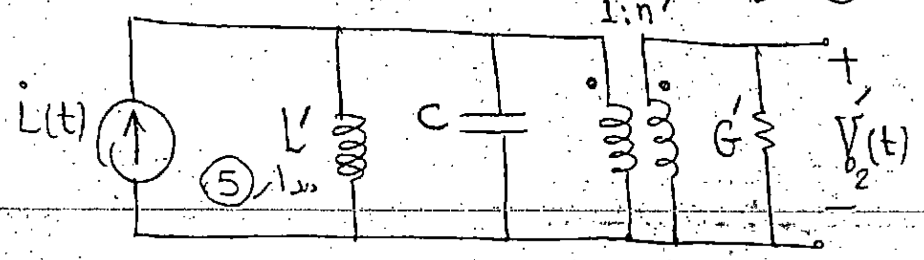
$n' Q_T' , Q_E > 100$ و $Q_E > 10$

که در آن:

$n' = \dfrac{L_2'}{L_1' + L_2'}$ و $L' = L_1' + L_2'$, $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{L'C}}$

$Q_T' = \dfrac{\omega_0 C}{n'^2 G'}$, $Q_E = \dfrac{L_1' + L_2'}{\omega_0 G' L_1' L_2'}$

می توان مدار (4) را با مدار معادل زیر جایگزین کرد:



داریم: $n' = \dfrac{k^2 L_1}{L_1} = k^2$ و $L' = (1-k^2)L_1 + k^2 L_1 = L_1$

$$Q_E = \frac{\left((1-k^2)L_1 + k^2 L_1\right)\cancel{L_1}}{\omega_0 \left(\frac{L_2}{\cancel{k^2}\cancel{L_1}}\right) G \cancel{k^2} \cancel{L_1} (1-k^2) \cancel{L_1}}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_E = \frac{1}{\omega_0 L_2 (1-k^2) G}}$$

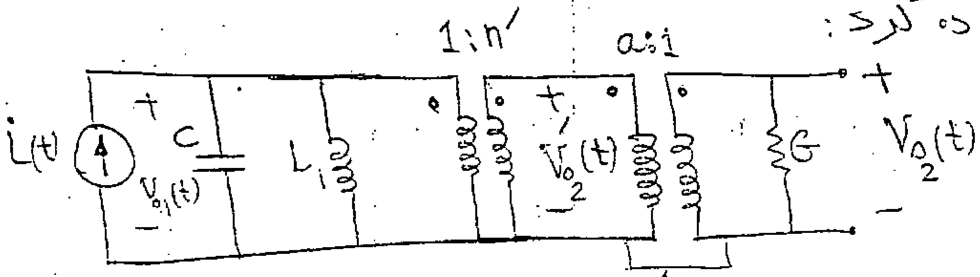
$$Q_T' = \frac{\omega_0 C}{k^4 \times \frac{L_2}{k^2 L_1} G} = \frac{\omega_0 C}{k^2 \left(\frac{L_2}{L_1}\right) G} = \frac{\omega_0 C}{\frac{M^2}{L_1 \cancel{L_2}} \left(\frac{\cancel{L_2}}{L_1}\right) G}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_T' = \frac{\omega_0 C}{\left(\frac{M}{L_1}\right)^2 G}}$$

حال چه آنکه:

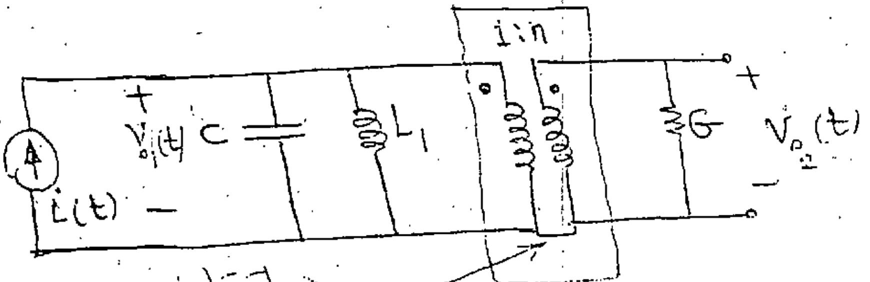
$k^2 Q_T' Q_E > 100$ و $Q_E > 10$ باشد

بجای مدارهای ① و ② می‌توان از مدار معادل زیر استفاده کرد:



در اتوترانس وجود دارد

و یا:



در اتوترانس وجود دارد

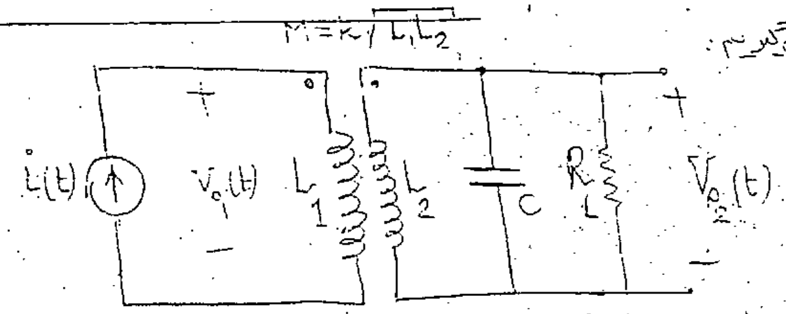
که در آن:

$$n = \frac{n'}{a} = k^2 \times \frac{1}{k}\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = k\sqrt{\frac{L_2}{L_1}} = \frac{M}{L_1}$$

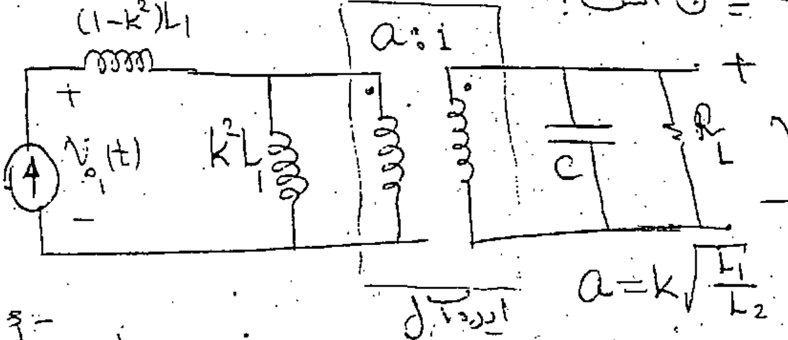
مشاهده می‌شود مدار معادل نهائی یک مدار RLC موازی است.

مدار زیر را در نظر می‌گیریم:

$M = k\sqrt{L_1 L_2}$



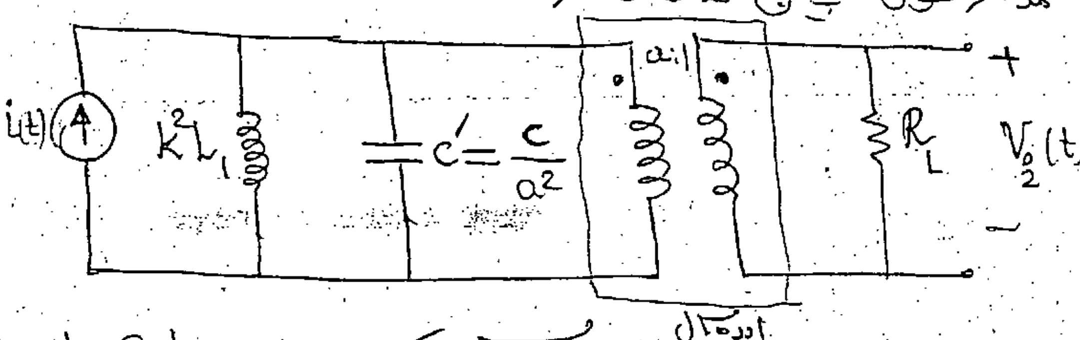
مدار معادل آن چنین است:



$a = k\sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$

چون سلف $(1-k^2)L_1$ با منبع جریان $i(t)$ سری است، تأثیری در محاسبه $V_{o_2}(t)$ ندارد.

مدار فوق چنین ساده می‌شود:



$C' = \frac{C}{a^2}$

مشاهده می‌شود مدار بدست آمده یک مدار RLC موازی با فرکانس مرکزی زیر است:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{k^2 L_1 \frac{C}{a^2}}} = \frac{a}{k\sqrt{L_1 C}} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2} \times \frac{1}{L_1 C}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}}$$

اتمام فصل اول از درس

مسائل زیر از فصل دوم کتاب (صفحه ۷۵ کتاب فارسی و صفحه 59 کتاب انگلیسی) حل شوند:

2-1 , 2-4 , 2-7 , 2-8 , 2-10 و 2-11