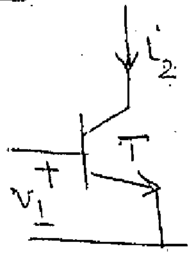
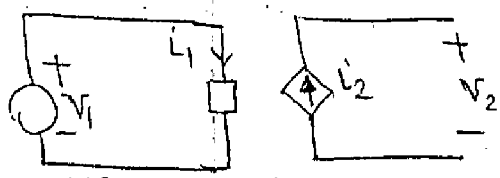
فصل دوم از درس مدارهای برآ استاد محترم جناب آقای منتح راش تحریر احمد سعید دوم

$\frac{10}{\text{ccir}}$ 09124552026

فصل دوم ۲ــ مدل غیرخطی ترانزیستور



یک ترانزیستور B.J.T منبع جریان وابسته غیرخطی از نوع نمائی است:



و با تقریب بسیار خوبی داریم $i_2 = I_s \exp\left(\frac{V_1}{V_T}\right)$

که در آن: $V_T = \frac{kT}{q}$

$T = 300^{\circ}k \Rightarrow V_T \simeq 26^{mv}$

فرض می‌کنیم V_1 شامل یک مؤلفه dc و یک مؤلفه ac باشد:

$V_1(t) = V_{DC} + V_1 \cos(\omega t)$ (الزاماً V_1 خیلی کوچک نیست)

$$\Rightarrow i_2(t) = I_s e^{\frac{V_{DC}}{V_T}} e^{\frac{V_1}{V_T}\cos(\omega t)}$$

دامنه نرمالیزه شده مؤلفه ac ورودی را چنین تعریف می‌کنیم:

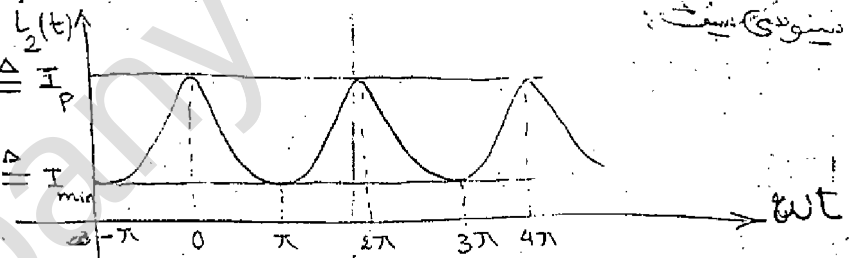
$$\boxed{x \triangleq \frac{V_1}{V_T}}$$

$$\Rightarrow i_2(t) = I_s e^{\frac{V_{DC}}{V_T}} e^{x\cos\omega t}$$

در این حالت $i_2(t)$ یا متناوب بوده ولی سینوسی نیست:

$I_s e^{\frac{V_{DC}}{V_T}} e^{x} \triangleq I_p$

$I_s e^{\frac{V_{DC}}{V_T}} e^{-x} \triangleq I_{min}$



جریان $i_2(t)$ را چنین می‌نویسیم: $i_2(t) = \frac{I_p}{e^x} e^{x\cos\omega t}$

جریان $i_2(t)$ را که یک سیگنال زوجی است به سری فوریه بسط می‌دهیم:

$$\Rightarrow i_2(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + \frac{1}{2} a_0$$

که در آن:

$$a_n = \frac{2}{T}\int_T i_2(t)\cos(n\omega t)dt = \frac{2}{T}\int_T \frac{I_p}{e^x} e^{x\cos\omega t}\cos(n\omega t)\,dt$$

تغییر متغیر می‌دهیم:

$$\theta \triangleq \omega t \Rightarrow dt = \frac{d\theta}{\omega} \Rightarrow a_n = \frac{2I_p}{\pi e^x}\int^{\pi} e^{x\cos\theta}\cos(n\theta)\,d\theta$$

توضیح: [illegible] به صورت زیر تعریف می شوند:

$$I_n(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} e^{x\cos\theta}\cos(n\theta)\,d\theta \qquad n=0,1,2,\dots$$

بدست آوردن صورت تحلیلی برای توابع بسل دیفرانسیل امکان پذیر نبوده بلکه آنها به صورت جدول و یا منحنی ارائه می شوند (برای اطلاعات بیشتر به ضمیمه ۳ کتاب رجوع شود).
پس داریم:

$$\boxed{a_n = \frac{2I_p}{e^x} I_n(x)}$$

نتیجه آنکه:

$$i_2(t) = \left\{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2I_p}{e^x} I_n(x)\cos(n\omega t)\right\} + \frac{I_p I_0(x)}{e^x}$$

$$\Rightarrow i_2(t) = \underbrace{\frac{I_p}{e^x} I_0(x)}_{} + \frac{2I_p}{e^x} I_1(x)\cos(\omega t) + \dots$$

I_{dc} (مؤلفه dc جریان $i_2(t)$)

$$\boxed{I_{dc} = \frac{I_p}{e^x} I_0(x)} \Rightarrow \frac{I_p}{e^x} = \frac{I_{dc}}{I_0(x)}$$

پس $i_2(t)$ را چنین می توان نوشت:

$$\Rightarrow \boxed{i_2(t) = I_{dc}\left\{1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2I_n(x)}{I_0(x)}\cos n\omega t\right\}}$$

توابع $\frac{2I_n(x)}{I_0(x)}$ در جدول 5-1 از فصل چهارم کتاب به صورت عددی و در شکل 5-5 از همین فصل به صورت نمودار داده شده اند:

در ضمیمه کتاب ثابت شده است:

$$\lim_{x\to 0} I_n(x) = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^n}{n!}$$

$$\lim_{x\to 0} I_0(x) = 1$$

$$\lim_{x\to 0} I_1(x) = \frac{x}{2}$$

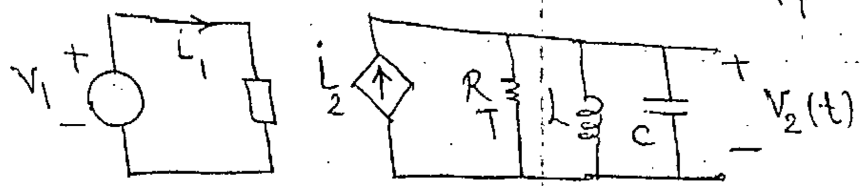
پس برای x های کوچک داریم:

$$i_2(t) \simeq I_{dc}(1 + x\cos\omega t) = I_{dc} + I_{dc}x\cos(\omega t)$$

$$I_{dc}x = \left(\frac{I_{dc}}{V_T}\right)V_1 \qquad \boxed{g_m \triangleq \frac{I_{dc}}{V_T}} \Rightarrow \boxed{i_2(t) = I_{dc} + g_m V_1\cos(\omega t)}$$

پاسخ سیگنال کوچک

اکنون اجازه دهید در [illegible] خروجی یک فیلتر میانگذر (مدار RLC موازی با Q_T بالا و فرکانس مرکزی ω) قرار دهیم:



در این حالت خواهیم داشت:

$$V_2(t) = R_T \times i_2(t)\ \text{هارمونیک اصلی}$$

$$\Rightarrow V_2(t) = R_T \times \left(\frac{2I_1(x)}{I_0(x)} I_{dc} \cos \omega t \right)$$

اجازه دهید ترانس کنداکتانس (Trans-Conductance) مؤلفه اصلی $i_2(t)$ را چنین تعریف کنیم:

$$\boxed{G_m(x) \triangleq \frac{\text{دامنه هارمونیک اصلی } i_2(t)}{\text{دامنه مؤلفه ac ولتاژ } v_1(t)} = \frac{\frac{2I_1(x)}{I_0(x)} I_{dc}}{V_1}}$$

$$\Rightarrow \frac{2I_1(x)}{I_0(x)} I_{dc} = G_m(x) V_1$$

$$\Rightarrow \boxed{v_2(t) = G_m(x) V_1 R_T \cos(\omega t)}$$

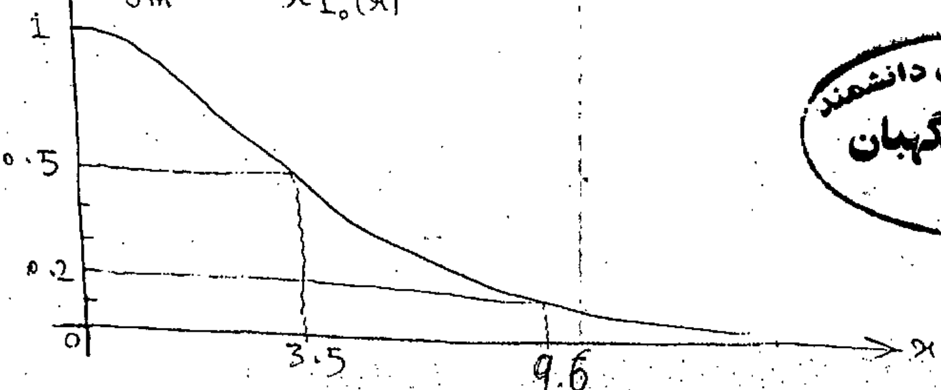
دقت کنیم که:

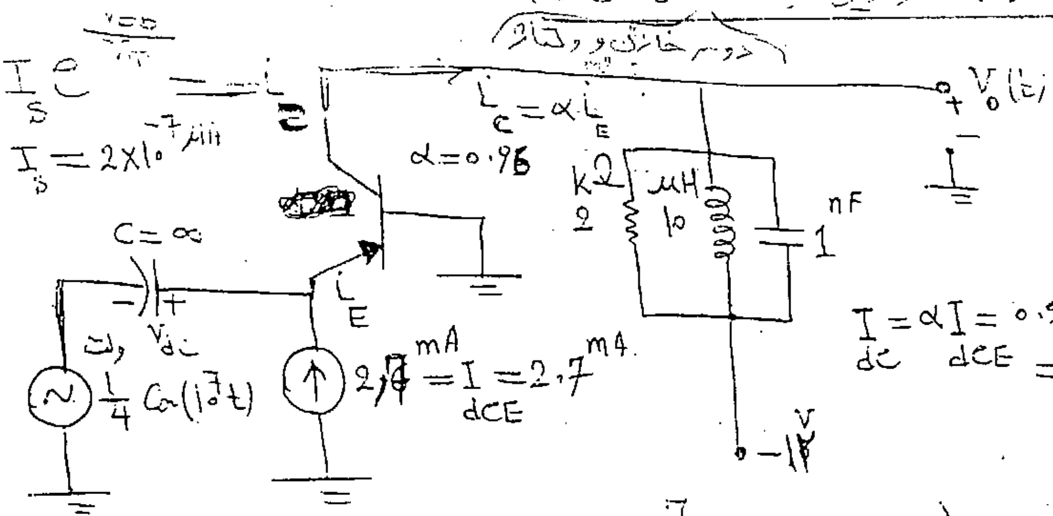
$$G_m(x) = \frac{2I_1(x)}{I_0(x)} \frac{\frac{I_{dc}}{V_T}}{\frac{V_1}{V_T}} \Rightarrow G_m(x) = \frac{2I_1(x) g_m}{x I_0(x)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{G_m(x)}{g_m} = \frac{2I_1(x)}{x I_0(x)}}$$

تابع $\frac{G_m(x)}{g_m}$ در جدول 5-2 از فصل چهارم به صورت عددی و در شکل 5-6 از همین فصل به صورت نمودار داده شده است:

$$\frac{G_m(x)}{g_m} = \frac{2I_1(x)}{x I_0(x)}$$





$I_{dc} = \alpha I_{dCE} = 0.96\times2.7 = 2.6^{mA}$

حل: داریم

$$V_{EB} = V_{dc} + \frac{1}{4}\cos(10^7 t)$$

V_{dc} مجهول است اما I_{dc} معلوم.

$$\alpha I_{dCE} = I_{dc} = 2.6^{mA} = 2.6^{mA}$$

$$x = \frac{V_1}{V_T} = \frac{250^{mV}}{26^{mV}} \simeq 9.6 \Rightarrow I_p = \frac{2.6^{mA}\times e^{9.6}}{I_0(9.6)}$$

$$I_{dc} = \frac{I_p}{e^x} I_0(x) \Rightarrow \boxed{I_p = 21.3^{mA}}$$

پیک جریان کلکتور

از طرفی:

$$I_p = I_s e^{x} e^{\frac{V_{DC}}{V_T}} \Rightarrow e^{\frac{V_{DC}}{V_T}} = \frac{I_p}{I_s e^x}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{DC} = V_T \ln\left(\frac{I_p}{I_s e^x}\right) = 26^{mV}\ln\left(\frac{21300^{\mu A}}{e^{9.6}\times2\times10^{-7}\mu A}\right) = 410^{mV}}$$

$V_{EB\,bias} = 0.605$

داریم:

$$g_m = \frac{I_{dc}}{V_T} = \frac{2.6^{mA}}{26^{mV}} = 0.1\,℧$$

$$x = 9.6 \Rightarrow \frac{G_m(x)}{g_m} \simeq 0.2 \Rightarrow \boxed{G_m(x) = 0.2\times0.1 = 2\times10^{-2}\,℧}$$

داریم:

فرکانس مرکزی فیلتر $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 10^7\ \frac{rad}{s}$

$Q_T = R_T C\omega_0 = 20 \Rightarrow V_o(t) = V_{cc} + R_T \times$ هارمونیک اصلی i_c

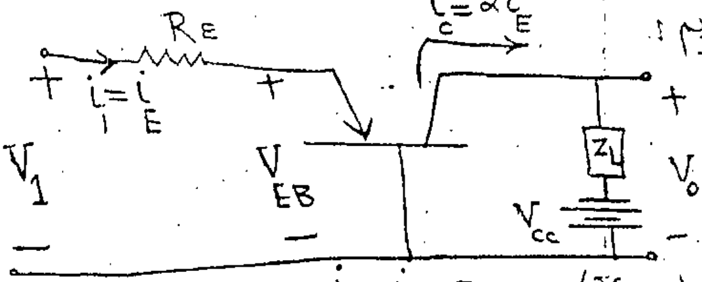
هارمونیک اصلی i_c = دامنه ~~[illegible]~~ $G_m(x) V_1$

$$\Rightarrow V_o(t) = -12 + 2000^{\Omega}\times 2\times10^{-2}\times\frac{1}{4}\cos(10^7 t)$$

$$\Rightarrow \boxed{V_o(t) = -12 + 10\cos(10^7 t)} = -12 + 10\cos(10^7 t)$$

اثر مقاومت سری بر مشخصه نمایی

مدار زیر را در نظر می گیریم:



$$i_1 = i_E = I_{ES}\exp\left(\frac{V_{EB}}{V_T}\right)$$

رابطه V_1 و i_1 چنین است:

$$V_1 = R i_1 + V_T \ln\left(\frac{i_1}{I_{ES}}\right) \quad (1)$$

الف - حالت سیگنال کوچک

در حالت سیگنال کوچک مقاومت دینامیکی ورودی مدار چنین است:

$$r'_{in} = \left.\frac{\partial V_1}{\partial i_1}\right|_{i_1=I_{Edc}} = R_E + r_{in} \quad \text{و} \quad r_{in} = \frac{V_T}{I_{Edc}} \quad (2)$$

نقطه کار

از طرفی کندوکتانس g_{in} چنین تعریف می شود:

$$\boxed{g_{in} = \frac{1}{r_{in}} = \frac{I_{Edc}}{V_T}} \quad (3)$$

در همین حالت سیگنال کوچک ترانس کندوکتانس g'_m چنین تعریف می شود:

$$g'_m = \left.\frac{\partial i_c}{\partial V_1}\right|_{i_1=I_{Edc}}$$

نقطه کار

با توجه به تعریف r'_{in} مقدار g'_m چنین بدست می آید:

$$g'_m = \frac{\alpha}{r'_{in}} = \frac{\alpha}{R_E + \frac{1}{g_{in}}}$$

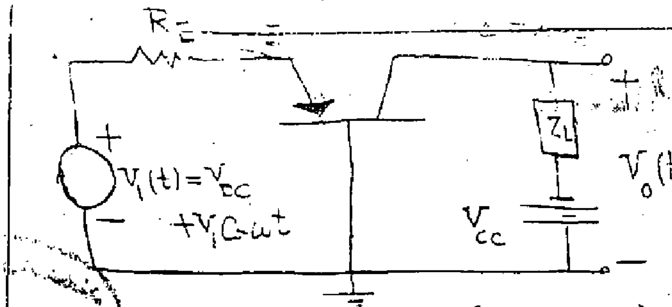
$$\Rightarrow \boxed{g'_m = \frac{\alpha g_{in}}{1+g_{in}R_E}} \quad (4)$$

مشاهده می شود وجود مقاومت R_E باعث کاهش ترانس کندوکتانس g'_m شده است.

$$\left(g_m = g'_m\Big|_{R=0} = \alpha g_{in}\right)$$

هرگاه $1 \ll g_{in}R_E$ آنگاه: $g'_m \simeq \frac{\alpha}{R}$ یعنی g'_m
مستقل از نقطه کار ترانزیستور می شود.

ب ـ حالت سیگنال بزرگ



وقتی V_1 بزرگ باشد i_E و i_C متناوب ولی غیر سینوسی خواهند بود.

در این حالت نیز ترارسانایی لند ولتاژ G_m را چنین تعریف می‌کنیم:

$$G_m = \frac{\text{دامنه هارمونیک اصلی } i_C}{\text{دامنه مؤلفه ac ولتاژ } V_1(t)}$$

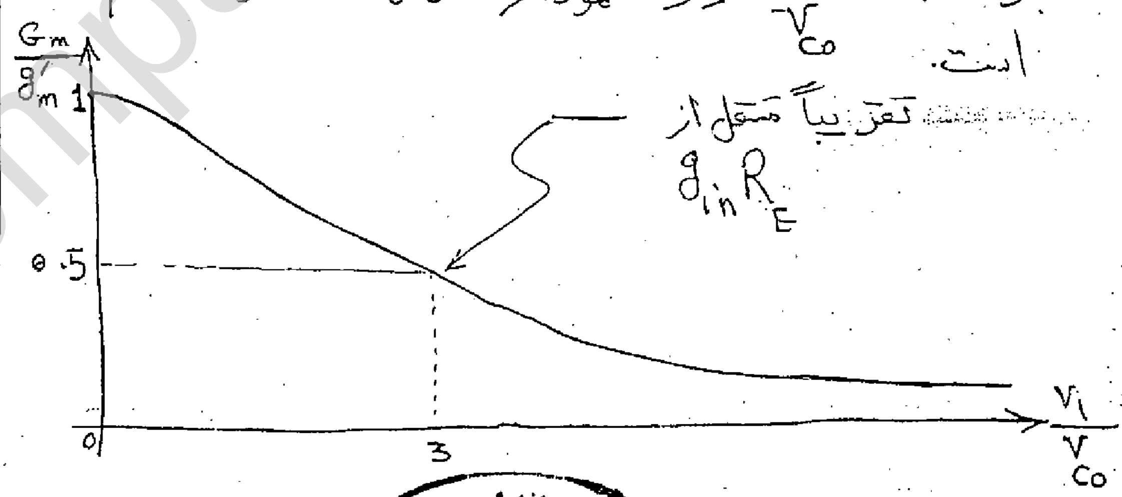
همچنین ولتاژ V_{co} را چنین تعریف می‌کنیم:

$$\boxed{V_{co}=V_T(1+g_{in}R_E)}$$

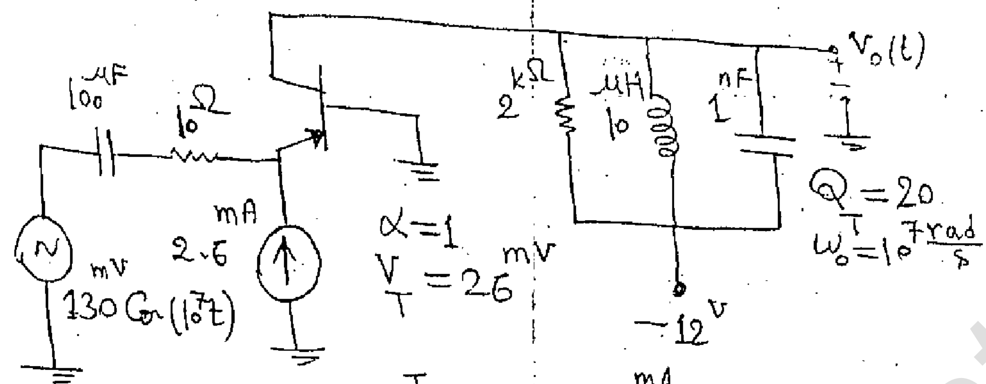
براحتی می‌توان ثابت کرد که در مدار فوق $\frac{G_m}{g'_m}$ تابعی از $\frac{V_1}{V_{co}}$ و $g_{in}R_E$ است (V_1 دامنه مؤلفه ac سیگنال $V_1(t)$ است).

(برای دیدن اثبات به قسمت 8 از فصل 4 کتاب مراجعه کنید)

البته وابستگی $\frac{G_m}{g'_m}$ به پارامتر $g_{in}R_E$ بسیار ناچیز است. نمودار تابع $\frac{G_m}{g'_m}$ (به ازای مقادیر مختلف $g_{in}R_E$) برحسب $\frac{V_1}{V_{co}}$ در نمودار 8.6 از فصل 4 رسم شده است.



مثال: در مدار زیر $v_o(t)$ را بیابید.



حل:

$$g_{in} = \frac{I_{Edc}}{V_T} = \frac{2.6^{mA}}{26^{mV}} = 0.1\,℧$$

$$\Rightarrow V_{co} = 26^{mV}(1+0.1\times 10) = 52^{mV}$$

$$\Rightarrow \frac{V_1}{V_{co}} = \frac{130}{52} = 2.5 \Rightarrow \boxed{\frac{G_m}{g'_m} = 0.6}$$

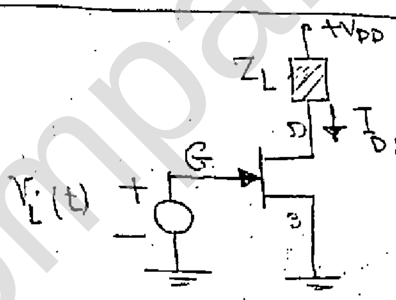
$$g'_m = \frac{\alpha g_{in}}{1+g_{in}R_E} = \frac{1\times 0.1}{2} = \frac{1}{20}\,℧$$

$$\Rightarrow G_m = \frac{6}{10}\times\frac{1}{20} = 0.03\,℧ \Rightarrow I_{c_1} = G_m V_1 = \frac{3}{100}\times 130 = 3.9^{mA}$$

دامنه هارمونیک اصلی i_c

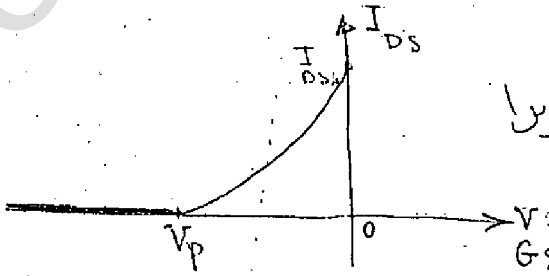
$$\Rightarrow v_o(t) = -12^{V} + 2^{k\Omega}\times 3.9^{mA}\cos(10^7 t) = -12 + 7.8\cos(10^7 t)$$

مدل غیرخطی ترانزیستور FET



در ترانزیستور FET با تقریب بسیار خوبی داریم:

$$I_{DS} = \begin{cases} I_{DSS}\left(1-\frac{V_{GS}}{V_P}\right)^2 & V_P < V_{GS} \\ 0 & V_{GS} < V_P < 0 \end{cases}$$



هرگز نباید $0 < V_{GS}$ شود زیرا جریان I_{DS} به شدت افزایش یافته و ترانزیستور می‌سوزد.

$$V_i(t) = -V_{DC} + V_1 \cos(\omega t) \quad , \quad V_p \le V_i(t) \le 0$$

نتیجه می شود:

$$I_{DS} = \frac{I_{DSS}}{V_p^2}\left(V_p - V_{GS}\right)^2 = \frac{I_{DSS}}{V_p^2}\left(V_p^2 + V_{GS}^2 - 2V_pV_{GS}\right)$$

$$\Rightarrow I_{DS} = \frac{I_{DSS}}{V_p^2}\left(V_p^2 + V_{DC}^2 + 2V_{DC}V_1\cos(\omega t) + V_1^2\cos^2(\omega t) - 2V_pV_{DC} - 2V_pV_1\cos(\omega t)\right)$$

در این حالت سیگنال I_{DS} به سری فوریه فقط دارای سه جمله است:

$$I_{DS}(t) = I_0 + I_1 \cos\omega t + I_2 \cos 2\omega t$$

که در آن:

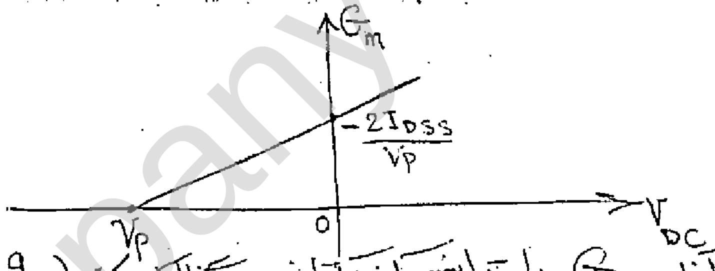
$$\boxed{I_0 = \frac{I_{DSS}}{V_p^2}\left(V_x^2 + \frac{V_1^2}{2}\right)} \quad , \quad \boxed{V_x = V_p - V_{DC}}$$

$$\boxed{I_1 = -2\frac{I_{DSS}}{V_p^2}V_xV_1} \quad , \quad \boxed{I_2 = \frac{I_{DSS}}{V_p^2}\frac{V_1^2}{2}}$$

برای این مدار ترانس کندوکتانس G_m چنین تعریف می شود:

$$\boxed{G_m = \frac{I_1}{V_1}} \Rightarrow \boxed{G_m = -2\frac{I_{DSS}}{V_p^2}V_x = \frac{2I_{DSS}}{V_p^2}\left(V_{DC} - V_p\right)}$$

چقدر جالب! چونکه G_m مستقل از V_1 است.



خاصیت جالب دیگر آنکه G_m با ترانس کندوکتانس سیگنال کوچک (g_m) در نقطه کار $V_{GS} = V_{DC}$ برابر است؛ چونکه:

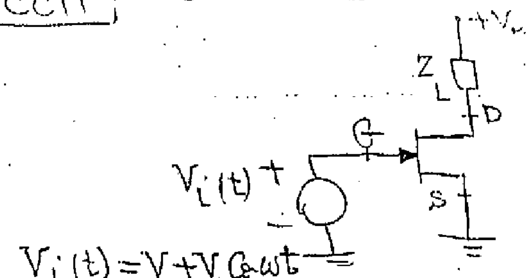
$$g_m \triangleq \left.\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}}\right|_{V_{GS}=V_{DC}} = \left.-2\frac{I_{DSS}}{V_p}\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_p}\right)\right|_{V_{GS}=V_{DC}}$$

$$\Rightarrow g_m = -\frac{2I_{DSS}}{V_p^2}V_x \Rightarrow \boxed{g_m = G_m}$$

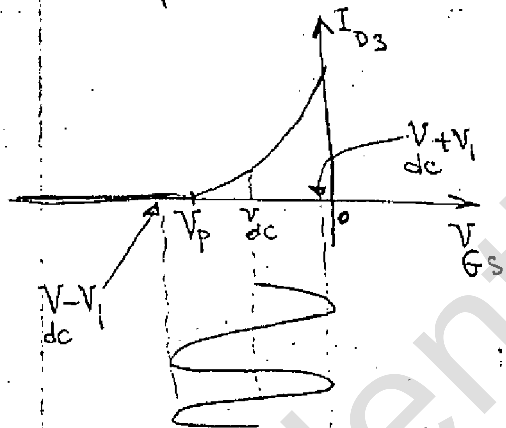
اکنون فرض می کنیم V_1 آنقدر زیاد باشد که ترانزیستور به ناحیه قطع نیز برود . . . .

$\frac{14}{CCIR}$

حال فرض می‌کنیم دامنه ورودی زیاد باشد بطوریکه ترانزیستور FET به ناحیه قطع هم برود.



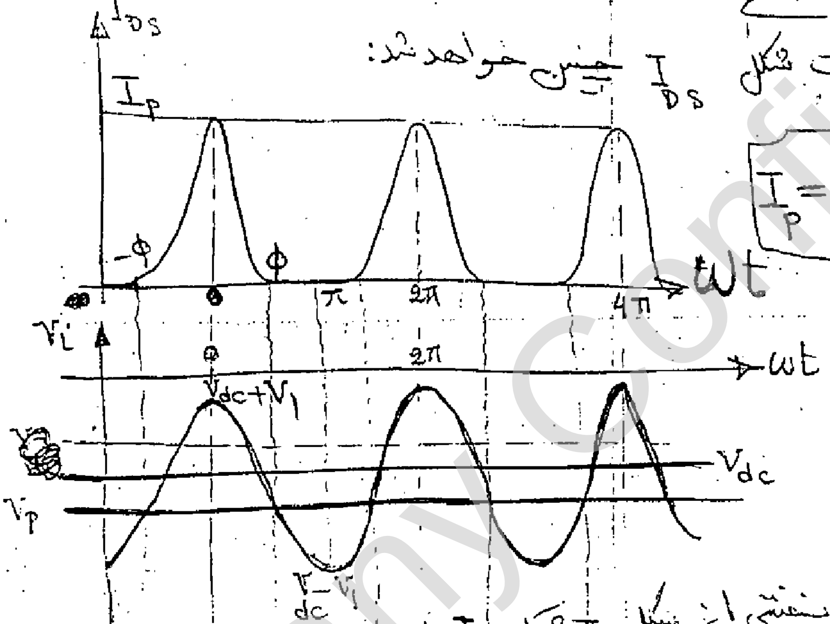
$V_i(t) = V_{dc} + V_1 \cos\omega t$



$\boxed{V_{dc} - V_1 < V_p}$ و $\boxed{V_{dc} + V_1 < 0}$

در این حالت شکل I_{DS} چنین خواهد شد:

$$\boxed{I_p = \frac{I_{DSS}}{V_p^2}\left(V_x - V_1\right)^2}$$



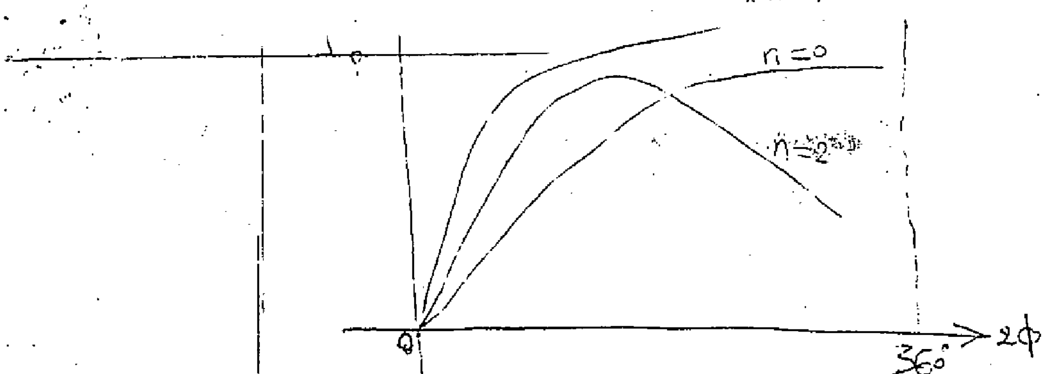
زاویه هدایت (بخشی از سیکل 2π که I_{dc} غیرصفر است) چنین محاسبه می‌شود:

$$V_i = V_p \Rightarrow V_{dc} + V_1 \cos(\phi) = V_p \Rightarrow \phi = \mathrm{ArcCos}\left(\frac{V_p - V_{dc}}{V_1}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{2\phi = 2\,\mathrm{ArcCos}\left(\frac{V_x}{V_1}\right)} \quad \boxed{V_x = V_p - V_{dc}}$$

در این حالت بسط I_{DS} به سری فوریه شامل بی‌شمار جمله خواهد بود. ضرایب سری فوریه تابعی از I_p و 2ϕ خواهند بود. در شکل 4-4 (توابعی) از فصل چهارم کتاب نمودارهای $\frac{I_0}{I_p}$ ، $\frac{I_1}{I_p}$ و $\frac{I_2}{I_p}$ برحسب 2ϕ (زاویه هدایت) رسم شده‌اند.

$$\left(I_{DS} = I_0 + I_1 \cos\omega t + I_2 \cos\omega t + \cdots \right)$$

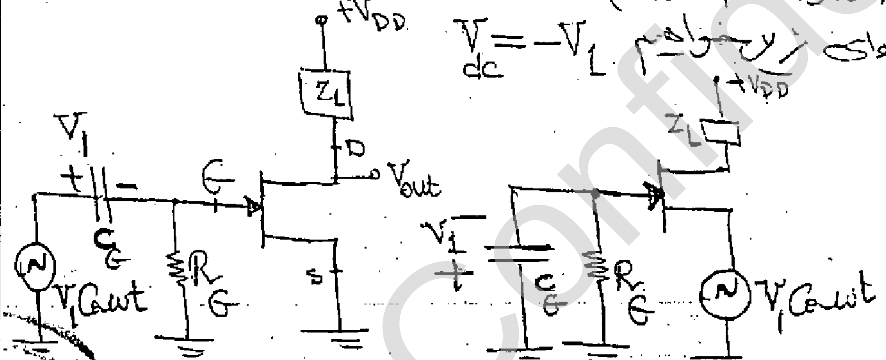


شکل 5-4 از فصل چهارم کتاب نمودارهای $\frac{I_n}{I_p}$ ($n=0,1,2$) را برحسب $\frac{V_x}{V_1}=\cos\phi$ نشان می دهد

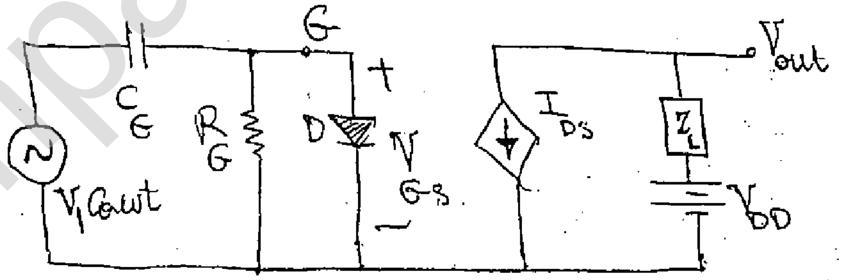
یک حالت خاص مهم: ($V_{dc}=-V_1$)

(Clamp Biased)

در مدارهای زیر خواهیم $V_{dc}=-V_1$

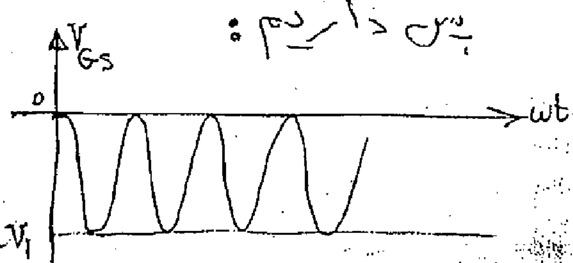


ثابت زمانی $R_G C_G$ خیلی بزرگتر از $T=\frac{2\pi}{\omega}$ می باشد (فرض می شود) بنابراین ولتاژ خازن C_G از طریق دیود GS تا مقدار پیک $V_i(t)=V_1\cos\omega t$ شارژ شده و در همان مقدار ثابت می ماند. چونکه مدار معادل FET (مدارهای فوق) چنین است:



پس داریم:

$$V_{GS}=V_1(\cos\omega t-1)$$

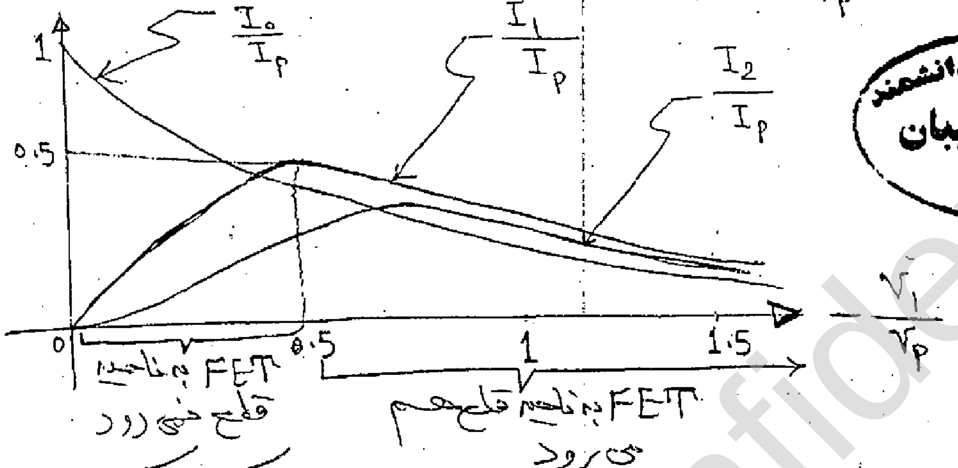


اگر $-2V_1<V_p$ باشد آنگاه ترانزیستور FET به ناحیه قطع هم خواهد رفت.

دقت کنیم که در این حالت خاص داریم:

$$I_p = I_{DSS} \quad , \quad V_x = V_p + V_1$$

شکل 3-9 از فصل چهارم کتاب منحنی های $\frac{I_0}{I_p}$ ، $\frac{I_1}{I_p}$ و $\frac{I_2}{I_p}$ را برحسب $-\frac{V_1}{V_p}$ رسم کرده است. این منحنی ها چنین هستند:



در این حالت خاص (Clamp-Biased) ترانس کندوکتانس مؤلفه اصلی سیگنال بزرگ را چنین تعریف می کنیم:

$$\boxed{G_m = \frac{I_1}{V_1}}$$

I_1 : دامنه هارمونیک اصلی I_{DS}

V_1 : دامنه ورودی

G_m را چنین می نویسیم:

$$G_m = \frac{I_1}{V_1} = \frac{\frac{2I_{DSS}I_1}{I_p}}{-2V_p\left(-\frac{V_1}{V_p}\right)} = g_{m0}\,\frac{I_1/I_p}{2(-V_1/V_p)}$$

که در آن:

$$g_{m0} = \frac{2I_{DSS}}{-V_p}$$

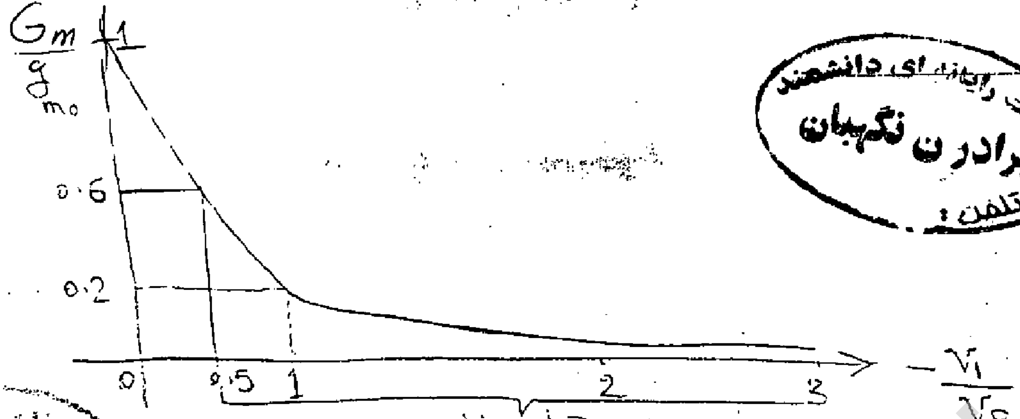
ترانس کندوکتانس سیگنال کوچک

$V_{GS} = 0$

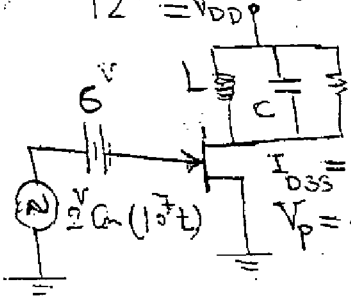
پس داریم:

$$\boxed{\frac{G_m}{g_{m0}} = \frac{I_1/I_p}{2(-V_1/V_p)}}$$

چون $\frac{I_1}{I_p}$ تابعی از $-\frac{V_1}{V_p}$ است پس $\frac{G_m}{g_{m0}}$ نیز تابعی از $-\frac{V_1}{V_p}$ خواهد بود. شکل این تابع در شکل 4-9 از فصل چهارم کتاب به صورت زیر رسم شده است:



مثال (برای حالت کلی): در مدار زیر $V_o(t)$ را بدست آورید.



$R=100\,k\Omega$, $\omega=2\times10^7\ \frac{rad}{s}$, $Q_T=20$

$I_{DSS}=10^{mA}$

$V_p=-5^V$

حل: داریم

$$\begin{cases} V_{dc}=-6^V \\ V_1=2^V \end{cases}$$

$\Rightarrow V_{dc}+V_1=-4<0 \Longrightarrow$ FET منفی می‌شود

$V_{dc}-V_1=-8<V_p \Longrightarrow$ FET به ناحیه قطع هم می‌رود

$\Rightarrow 2\phi=2ArcCos\left(\frac{V_x}{V_1}\right)$ $\quad V_x=V_p-V_{dc}=-5+6=1^V$

$\Rightarrow 2\phi=2ArcCos\left(\frac{1}{2}\right)=2\times60^\circ \Rightarrow \boxed{2\phi=120^\circ}$

$I_p=\frac{I_{DSS}}{V_p^2}(V_x-V_1)^2=\frac{10^{mA}}{25}\times(1-2)^2=\frac{2}{5}=0.4^{mA}$

بنا بر وجود فیلتر میان‌گذر با Q_T بالا داریم:

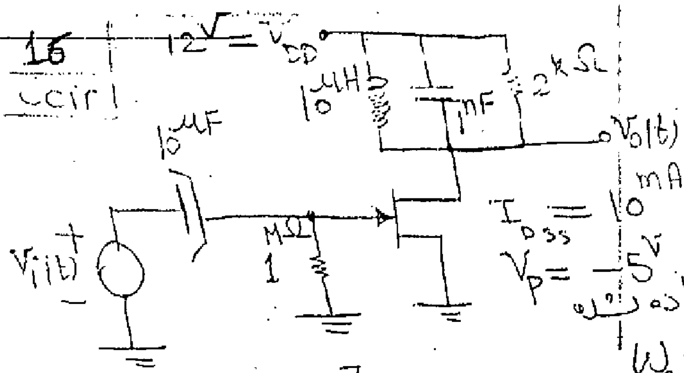
$V_o(t)=V_{DD}-R\times I_{DS}$ هارمونیک دوم

از شکل 4-4 داریم: $2\phi=120^\circ \Rightarrow \frac{I_2}{I_p}=0.23$

$\Rightarrow I_2=0.23\times0.4^{mA}=92\times10^{-3}\ mA$

$\Rightarrow \boxed{V_o(t)=12-9.2Cos(2\times10^7t)}$

پس مدار، خروجی فرکانس ورودی را دو برابر کرده است.



مثال (برای حالت غیرخطی):

در مدار زیر $V_0(t)$ را بیابید.

$I_{DSS} = 10^{mA}$

$V_P = -5^V$

حل: برای مدار RLC داده شده داریم:

$\omega_0 = 10^7 \ \frac{rad}{s}$

$Q_T = RC\omega_0 = 20$

$V_i(t) = 5\cos(10^7 t)$

$$-\frac{V_1}{V_P} = 1 \Longrightarrow \frac{G_m}{g_{m0}} = 0.2$$ (از شکل 9-4)

$$g_{m0} = \frac{2I_{DSS}}{-V_P} = \frac{2\times10^{mA}}{5^V} = 4^{m℧}$$

$$\Rightarrow \boxed{G_m = 0.8^{m℧}} \Longrightarrow I_1 = G_m V = 0.8\times5 = 4^{mA}$$

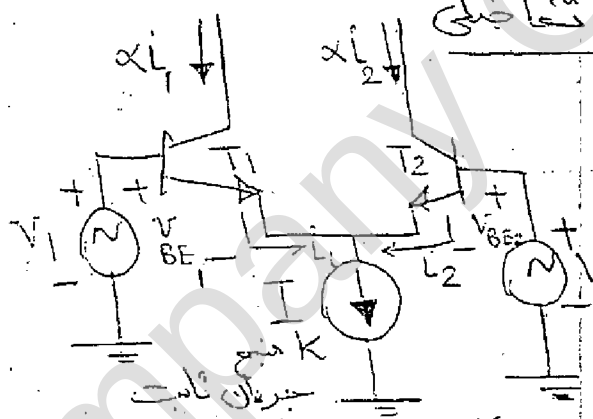
داده های مولفه اصلی

$$\Rightarrow V_0(t) = V_{DD} - RI_1\cos(\omega_0 t) = 12 - 8\cos(10^7 t)$$

مشخصه غیرخطی زوج تفاضلی

مدار زیر را در نظر می گیریم:

ترانزیستورهای T_1 و T_2 مشابه هستند.



داریم:

$$i_1 = I_{S1}\exp\left(\frac{V_{BE1}}{V_T}\right) \text{ و } i_2 = I_{S2}\exp\left(\frac{V_{BE2}}{V_T}\right)$$

$$V_{BE_1} - V_{BE_2} = V_1 - V_2 \text{ و } I_{S_1} = I_{S_2}$$

نتیجه می شود:

$$\Rightarrow \boxed{\frac{i_1}{i_2} = \exp\left(\frac{V_1 - V_2}{V_T}\right)}$$

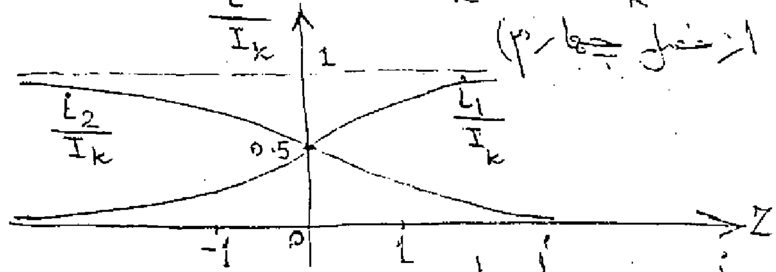
از طرفی داریم:

$$\boxed{i_1 + i_2 = I_K}$$

$$Z \triangleq \frac{V_1 - V_2}{V_T}$$

$$\Rightarrow i_2 e^{Z} + i_2 = I_k \rightarrow \boxed{i_2 = \frac{I_k}{1+e^{Z}}} \quad \text{و} \quad \boxed{i_1 = \frac{I_k}{1+e^{-Z}}}$$

جریانهای ترانزیستورها $\frac{i_1}{I_k}$ و $\frac{i_2}{I_k}$ را میتوان برحسب Z رسم کرد (شکل 2-6 از فصل چهارم)



عبارتهای $\frac{i_1}{I_k}$ و $\frac{i_2}{I_k}$ را چنین می‌توان نوشت:

$$\frac{i_1}{I_k} = \frac{1}{1+e^{-Z}} = \frac{e^{\frac{Z}{2}}}{e^{\frac{Z}{2}}+e^{-\frac{Z}{2}}} = \frac{e^{\frac{Z}{2}}+e^{-\frac{Z}{2}}+e^{\frac{Z}{2}}-e^{-\frac{Z}{2}}}{2\times 2\cosh(\frac{Z}{2})}$$

$$\Rightarrow \frac{i_1}{I_k} = \frac{\cancel{2}(\cosh(\frac{Z}{2})+\sinh(\frac{Z}{2}))}{\cancel{2}\times 2\cosh(\frac{Z}{2})} = \frac{1}{2}\left\{1+\mathrm{tgh}\left(\frac{Z}{2}\right)\right\}$$

همینطور:

$$\frac{i_2}{I_k} = \frac{1}{2}\left\{1-\mathrm{tgh}\left(\frac{Z}{2}\right)\right\}$$

به ازای مقادیر کوچک Z ($|V_1-V_2| \ll V_T$) داریم:

$$\mathrm{tgh}\left(\frac{Z}{2}\right) \simeq \frac{Z}{2} \Rightarrow \begin{cases} i_1 = \frac{I_k}{2}\left(1+\frac{Z}{2}\right) \\ i_2 = \frac{I_k}{2}\left(1-\frac{Z}{2}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} i_1 &= \frac{I_k}{2} + \frac{g_{in}}{2}(V_1-V_2) \\ i_2 &= \frac{I_k}{2} - \frac{g_{in}}{2}(V_1-V_2) \end{aligned}} \qquad \boxed{g_{in} = \frac{I_k}{2V_T}}$$

هدایت سیگنال کوچک

ترارسانایی سیگنال کوچک هم چنین تعریف میشود:

$$g_m \triangleq \frac{-\alpha\, i_{2ac}}{V_1-V_2} = \frac{+\alpha\, i_{1ac}}{V_1-V_2}$$

داریم: $i_{1ac} = \frac{g_{in}}{2}(V_1-V_2)$ پس:

$$g_m = \frac{\alpha\, g_{in}}{2}$$

حال فرض می‌کنیم سیگنالهای ورودی بزرگ باشند

در نظر می‌گیریم: $v_1 - v_2 = V_1 \cos\omega t$

V_1 بزرگ است.

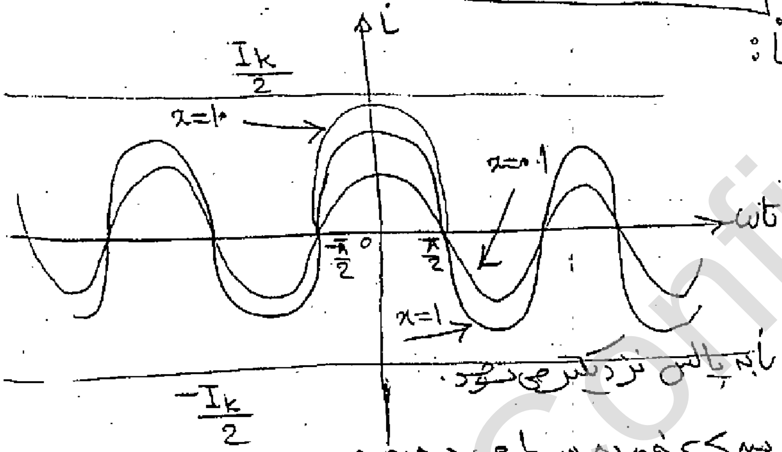
دوباره تعریف می‌کنیم: $x = \frac{V_1}{V_T}$

داریم: $i_1 = \frac{I_k}{2} + i$ و $i_2 = \frac{I_k}{2} - i$

که در آن:

$$\boxed{i = \frac{I_k}{2}\, tgh\left(\frac{x}{2}\cos\omega t\right)}$$

این هم شکل i:



با افزایش x شکل i به پالس نزدیکتر می‌شود.

سیگنال $\frac{i}{I_k}$ را به سری فوریه بسط می‌دهیم:

$$\frac{i}{I_k} = a_0(x) + a_1\cos(\omega t) + a_2\cos(2\omega t) + \cdots$$

که در آن:

$$a_n(x) = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} \frac{1}{2}\, tgh\left(\frac{x}{2}\cos\omega t\right)\cos(n\omega t)\,dt$$

$$\Rightarrow a_n(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} tgh\left(\frac{x}{2}\cos\theta\right)\cos(n\theta)\,d\theta = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} tgh\left(\frac{x}{2}\cos\theta\right)\cos n\theta\, d\theta$$

برای nهای زوج داریم:

$$\pi a_n(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} tgh\left(\frac{x}{2}\cos\theta\right)\cos n\theta\, d\theta + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} tgh\left(\frac{x}{2}\cos\theta\right)\cos n\theta\, d\theta$$

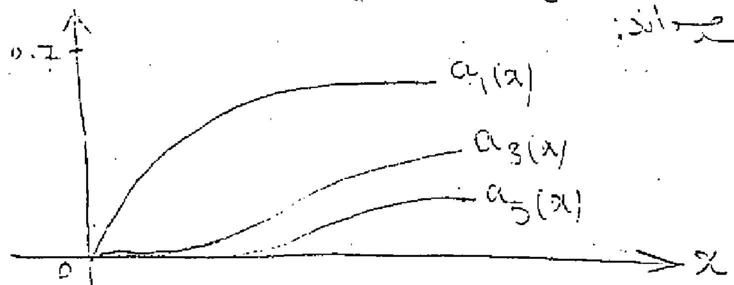
برای انتگرال دوم

از تغییر متغیر $\alpha = \pi - \theta$ استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} tgh\left(\frac{x}{2}\cos\theta\right)\cos n\theta\, d\theta = -\int_{\frac{\pi}{2}}^{0} \underbrace{tgh\left(-\frac{x}{2}\cos\alpha\right)}_{-tgh\left(\frac{x}{2}\cos\alpha\right)}\underbrace{\cos(n\pi - n\alpha)}_{\cos(n\alpha)}\,d\alpha$$

$$= -\int_0^{\frac{\pi}{2}} tgh\left(\frac{x}{2}\cos\alpha\right)\cos(n\alpha)\,d\alpha \rightarrow \boxed{a_n(x) = 0} \quad n = 0, 2, \ldots$$

نمودارهای $a_1(x)$ و $a_3(x)$ و $a_5(x)$ در شکل 6-4 از فصل چهارم کتاب رسم شده‌اند:



اگر روی کلکتور یکی از ترانزیستورها مدار RLC موازی با Q بالا جهت استخراج هارمونی اصلی جریان قرار دهیم خواهیم داشت:

$$V_{ac}(t) = R \times \text{هارمونیک اصلی جریان}$$

$$\text{هارمونیک اصلی جریان} = \alpha I_k a_1(x) \cos\omega t$$

ترانس‌کندوکتانس مؤلفه اصلی سیگنال بزرگ را چنین تعریف می‌کنیم:

$$G_m(x)=\frac{\alpha I_k a_1(x)}{V_1}=\frac{\alpha I_k a_1(x)}{x V_T}$$

$$\Rightarrow G_m(x)=\underbrace{\left(\frac{I_k}{2V_T}\right)}_{g_{in}}\frac{2\alpha a_1(x)}{x}=\underbrace{\left(\frac{\alpha g_{in}}{2}\right)}_{g_m}\left(\frac{4a_1(x)}{x}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{G_m(x)}{g_m}=\frac{4a_1(x)}{x}}$$

پس $\frac{G_m(x)}{g_m}$ تابعی از x خواهد بود. نمودار این تابع در شکل 6-5 از فصل چهارم کتاب رسم شده است.

از فصل چهارم مسائل زیر حل شوند:

11 و 12 و 13 و 14 و 18

پایان جزوه مدارهای مخابراتی

دکتر الشهید شعبه

با آرزوی موفقیت برای شما دانشجویان عزیز

۶۶۴۰۹۷۷۶

[۶۶۴۰۹۷۷۰۶۶۶۶]